

Korrektur von Nichtlinearitäten des Abbildungssystems bei der Computertomographie von heterogenen Objekten

Dissertation

Zur Erlangung des akademischen Grades
Doktoringenieur (Dr.-Ing.)

vorgelegt der Fakultät für Informatik und Automatisierung
der Technischen Universität Ilmenau

von Herr Dipl.-Ing. Michael Krumm
geboren am 02.03.1981 in Waren (Müritz)

1. Gutachter: apl. Prof. Dr.-Ing. habil. Andreas Keller
2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Peter Husar
3. Gutachter: Prof. Dr. Randolph Hanke

Tag der Einreichung: 25.05.2011

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 13.12.2011

Abstract

In computed tomography (CT) several physical effects reduce the quality of reconstructed CT images. Beside scatter, one major deterministic artifact is the beam hardening effect which arises due to the polychromatic character of the used X-ray spectrum and causes cupping and streak artifacts. In this thesis a method is proposed which allows a significant reduction of beam hardening and scatter artifacts in computed tomography images of multi-component objects. The approach is based on the assumption that the relation between material thickness and X-ray attenuation can be expressed by a global function. This function contains the information about all global nonlinearities of the imaging system. Neither is it necessary to have any estimate or knowledge of the incident X-ray spectrum nor material characteristics like mass density or absorption coefficients. The method works without any reference measurements and uses the original projection images. Several simulated and real measured specimens of miscellaneous material combinations were tested and corrected to show the efficiency of the proposed method.

computed tomography, image quality, beam hardening, correction, multi-material, non-linearities

Zusammenfassung

In der Computertomographie (CT) treten zahlreiche Effekte in Erscheinung, die die Bildqualität beeinträchtigen. Neben Streustrahlung ist dies in erster Linie Strahlaufhärtung, die aufgrund der polychromatischen Eigenschaft der Röntgenstrahlung zu Artefakten wie z. B. Cupping oder dunklen Streifen führt. Diese Artefakte erschweren oder verhindern die Auswertung der erzeugten Bilder hinsichtlich Fehlerfindung oder Bestimmung dimensioneller Größen. In dieser Arbeit wird ein Verfahren vorgestellt, mit dem es möglich ist, die Effekte der Strahlaufhärtung und Streustrahlung zu mindern, sodass eine Auswertung computertomographischer Bilder von heterogenen, also mehrmaterialigen Prüfobjekten, verbessert wird. Es wird gezeigt, dass der Zusammenhang zwischen der Materialdicke der unterschiedlichen Materialien und der totalen Abschwächung des Röntgenstrahls über ein Funktional ausgedrückt werden kann. Grundlage dafür ist die Annahme, dass die Reihenfolge in der die verschiedenen Materialien durchstrahlt werden, vernachlässigt werden kann. In dem bestimmten Funktional werden alle globalen Nichtlinearitäten des Abbildungssystems zusammengefasst, was zwar eine explizite Berücksichtigung von lokalen Effekten wie z. B. Objektstreustrahlung vernachlässigt, aber dennoch eine effektive Reduktion der Artefaktbildung ermöglicht. Zusatzinformationen über das bildgebende System wie z. B. eine Abschätzung des Quellspektrums oder der Effizienz des Röntgendetektors sind genauso wenig erforderlich, wie die Kenntnis über die im Prüfobjekt vorkommenden Materialien und deren Eigenschaften. Mit Hilfe mehrerer simulierter und real gemessener Testkörper wird die Leistungsfähigkeit des Verfahrens getestet und anhand definierter Bildgütekriterien bewertet.

Computertomographie, Bildqualität, Strahlaufhärtung, Korrektur, Multi-Material, Nichtlinearitäten

Für Ferdinand

Danksagung

Meinen Dank für die hilfreiche Unterstützung bei der Erstellung meiner Doktorarbeit schulde ich sehr vielen Menschen. Besonders möchte ich mich bei meinem Doktorvater Prof. Andreas Keller bedanken, der mir sehr viel Geduld und wertvollen Ratschlägen für das Gelingen der Arbeit beitrug. Auch möchte ich meinen Eltern danken, ohne die ein Studium und eine Doktorarbeit niemals möglich geworden wäre. Ein großer Dank geht aber auch an meine Kollegen am Fraunhofer Entwicklungszentrum Röntgentechnik, die mich bei der Bearbeitung des Themas durch ihr Fachwissen und ihre konstruktive Kritik begleitet haben. Den größten Dank schulde ich jedoch meiner Frau Marion, die mich über die Zeit stets motiviert und mir trotz Familienzuwachs die notwendigen Freiräume zum Verfassen dieser Arbeit verschafft hat.

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|------------------------------------------------------------|-----------|
| 1 | Einleitung | 1 |
| 1.1 | Stand der Technik | 2 |
| 1.2 | Eigener Beitrag | 3 |
| 1.3 | Aufbau der Arbeit | 3 |
| 2 | Grundlagen der Computertomographie | 5 |
| 2.1 | Röntgenstrahlung | 7 |
| 2.1.1 | Charakteristische Röntgenstrahlung | 8 |
| 2.1.2 | Röntgenbremsstrahlung | 8 |
| 2.1.3 | Feldgrößen | 9 |
| 2.2 | Wechselwirkung mit Materie | 10 |
| 2.2.1 | Photoabsorption | 10 |
| 2.2.2 | Streuung | 10 |
| 2.2.3 | Schwächende Schichten | 11 |
| 2.3 | Detektion von Röntgenstrahlung | 13 |
| 2.4 | Rekonstruktion und Auswertung von Schnittbildern | 17 |
| 2.4.1 | Rekonstruktion von Schnittbildern | 17 |
| 2.4.2 | Auswertung von Schnittbildern | 23 |
| 2.5 | Artefakte in der Computertomographie | 26 |
| 2.5.1 | Strahlaufhärtingsartefakte | 28 |
| 2.5.2 | Streustrahlungsartefakte | 32 |
| 2.6 | Bewertungskriterien | 34 |
| 3 | Artefaktkorrektur | 37 |
| 3.1 | Problemanalyse | 37 |
| 3.2 | Bekannte Korrekturverfahren | 40 |
| 3.2.1 | Vorfilterung | 40 |
| 3.2.2 | Algorithmische Korrekturen | 41 |
| 3.3 | Voruntersuchungen | 46 |

| | | |
|----------|------------------------------------------------------------|------------|
| 3.3.1 | Materialverteilungen in heterogenen Prüfobjekten | 46 |
| 3.3.2 | Linearisierungstechnik bei mehreren Materialien | 50 |
| 3.3.3 | Materialienkommutativität | 53 |
| 3.4 | Methode | 59 |
| 3.4.1 | Beschreibung der Nichtlinearität | 60 |
| 3.4.2 | Korrekturansatz | 65 |
| 3.4.3 | Materialzerlegung | 68 |
| 3.4.4 | Materialdickenberechnung | 70 |
| 3.4.5 | Approximation der Systemfläche | 71 |
| 3.4.6 | Korrektur fehlerhafter Materialdicken | 79 |
| 3.4.7 | Konvergenz | 86 |
| 3.4.8 | Möglichkeiten zur Verfahrensoptimierung | 89 |
| 3.4.9 | Prozesskette | 97 |
| 4 | Ergebnisse | 101 |
| 4.1 | Einmaterialige Objekte | 104 |
| 4.1.1 | Simulationsdaten | 104 |
| 4.1.2 | Reale Messdaten | 107 |
| 4.2 | Zweimaterialige Objekte | 109 |
| 4.2.1 | Simulationsdaten | 109 |
| 4.2.2 | Reale Messdaten | 118 |
| 4.3 | Dreimaterialige Objekte | 122 |
| 4.3.1 | Simulationsdaten | 122 |
| 4.3.2 | Reale Messdaten | 127 |
| 4.4 | Anwendungsbeispiel | 131 |
| 5 | Diskussion | 137 |
| 5.1 | Bewertung der Ergebnisse | 137 |
| 5.1.1 | Ein Material | 137 |
| 5.1.2 | Zwei Materialien | 138 |
| 5.1.3 | Drei Materialien | 139 |
| 5.2 | Probleme und Grenzen des Verfahrens | 141 |
| 5.2.1 | Grenzen der Segmentierbarkeit | 141 |
| 5.2.2 | Grenzen der Approximierbarkeit | 144 |
| 5.3 | Einordnung in den Gesamtkontext und Bewertung | 148 |
| 6 | Zusammenfassung | 149 |

| | |
|-------------------------------------|------------|
| A Verwendete Testkörper | 151 |
| A.1 Simulierte Testkörper | 151 |
| A.2 Reale Testkörper | 154 |
| Abbildungsverzeichnis | 157 |
| Tabellenverzeichnis | 161 |
| Abkürzungsverzeichnis | 163 |
| Symbolverzeichnis | 165 |
| Verzeichnis der Indizes | 167 |
| Sonstige Zeichen | 169 |
| Literaturverzeichnis | 171 |

Kapitel 1

Einleitung

Seit der Entdeckung der später nach ihm benannten Strahlenart durch Wilhelm Conrad Röntgen im Jahr 1895 hat sich deren Nutzung rasant entwickelt. Nachdem die durchdringende Eigenschaft der Röntgenstrahlung erkannt worden war – ihre schädigende Wirkung auf Organismen allerdings noch nicht – wurde sie bspw. ab 1920 zur Überprüfung der Passgenauigkeit von Kinderschuhen eingesetzt [16]. Nachdem die biologischen Risiken der Strahlen nach und nach bekannt geworden waren, verschwanden diese sogenannten Pedoskope wieder aus den Schuhgeschäften. Dieses Beispiel zeigt, wie bereits sehr früh die Möglichkeit einer zerstörungsfreien Maßhaltigkeitsprüfung von innenliegenden Strukturen – in diesem Fall eines Abstandsmaßes – aufgegriffen wurde. In den darauffolgenden Jahrzehnten entwickelte sich die Röntgentechnik zunächst als Verfahren der medizinischen Diagnostik. Ein weiterer bahnbrechender Schritt hin zur dreidimensionalen Bildgebung war die Erfindung der Computertomographie (CT). Auch hier stand zunächst eine medizinische Fragestellung im Vordergrund. Analog zu den Entwicklungen der Röntgentechnik in der Medizin erkannte man auch früh die Möglichkeiten der Anwendung auf dem Gebiet der zerstörungsfreien Prüfung (ZfP). Wie bei der medizinischen Anwendung wurden zunächst reine Durchstrahlungstechniken entwickelt [26]. Später hielt mit der CT die Schnittbildgebung Einzug und ermöglichte die dreidimensionale Erfassung von Prüfobjekten. Heutzutage ist die CT sowohl in der ZfP als auch in der Medizin ein etabliertes und anerkanntes Messverfahren.

In der industriellen Fertigung stellt die zerstörungsfreie Untersuchung komplexer Bauteile eine wichtige Prüfaufgabe dar. Gerade in der Produktvorentwicklung wird aufgrund immer kürzer werdender Innovationszyklen eine Möglichkeit zur schnellen vollständigen Erfassung einer gesamten Bauteilgeometrie

immer wichtiger. Neben der reinen Materialprüfung, d. h. dem Auffinden von Materialfehlern wie z. B. Porositäten, Lunkern oder Rissen umfasst dies sowohl eine schnelle Verifikation der Maßhaltigkeit bestimmter Einzelmaße, wie z. B. Durchmesser oder Abstände als auch eine Analyse hinsichtlich Schwund und Verzug mittels sogenannter Soll-Ist-Vergleiche. Für diese Anforderungen ist die CT als zerstörungsfreie Prüfmethode sehr gut geeignet. Allerdings verursacht eine ganze Reihe an physikalischen Effekten Störungen in den Schnittbildern, die sich in Form von sogenannten Artefakten niederschlagen und die Bildqualität teilweise deutlich beeinträchtigen. Um Mess- und Prüfaufgaben dennoch durchführen zu können, sind Mittel und Wege notwendig, diese Artefakte zu reduzieren.

1.1 Stand der Technik

Seit der Erfindung der CT sind die physikalischen Wechselwirkungen und deren Auswirkungen auf die erzeugten Schnittbilder intensiv untersucht worden. Seither wurde eine Vielzahl an Methoden vorgeschlagen, die den Einfluss dieser Effekte reduzieren oder korrigieren. Im Wesentlichen werden hierbei die physikalischen Effekte der Strahlaufhärtung und der Streustrahlung betrachtet. Eine weit verbreitete Methode zur Reduktion des Einflusses von Strahlaufhärtungsartefakten bei homogenen Prüfkörpern ist die sogenannte Linearisierungstechnik [27]. Hierbei wird versucht, mittels einer Kennlinie den nichtlinearen Zusammenhang zwischen Materialdicke und Röntgenabsorption zu bestimmen und bei der Berechnung der Schnittbilder zu berücksichtigen. Die Kennlinie kann mittels einer Referenzmessung anhand eines Stufenkeils des selben Materials oder referenzlos über Bildverarbeitungsschritte erzeugt werden [35, 39]. Diese Verfahren eignen sich jedoch nur zur Korrektur von Strahlaufhärtungsartefakten bei homogenen d. h. einmaterialigen Objekten. Liegen mehrere Materialien vor, kann die Linearisierungstechnik nicht ohne Weiteres verwendet werden, da die unterschiedlichen Materialeigenschaften der verschiedenen Materialien unberücksichtigt bleiben. Als Alternative zur Linearisierungstechnik existieren Ansätze auf Basis von Reprojektionsverfahren [20, 33, 34, 59]. Hierbei wird anhand einer ersten Rekonstruktion die Materialverteilung geschätzt und reprojeziert. Mit Kenntnis des verwendeten Röntgenspektrums und der Eigenschaften der im Messobjekt vorhandenen Materialien kann die Ausprägung der Strahlaufhärtungsartefakte berechnet und das rekonstruierte Schnittbild korrigiert werden. Aufgrund der

enormen Vielfalt an Prüfaufgaben und unterschiedlichen Röntgensystemen sind vollständige Informationen über die Zusammensetzung des Prüfobjekts und das verwendete Röntgenspektrum jedoch nur selten verfügbar. Die Reprojektionsverfahren finden daher hauptsächlich Anwendung in der medizinischen Bildgebung, da hier die Zusammensetzung des Prüfobjekts Mensch und die verwendeten Komponenten der Röntgeneinrichtung in der Regel sehr genau bekannt sind.

Prüfobjekte aus dem industriellen Umfeld zeichnen sich meist durch eine hohe Vielfalt an verwendeten Materialien aus. Neben reinen chemischen Elementen finden sehr häufig Legierungen, Komposite oder chemische Verbindungen, wie z. B. Polymere Verwendung. Des Weiteren variieren die Prüfobjekte sehr in räumlicher Ausdehnung und Seitenverhältnis. Die Anwendungen reichen von Objekten mit Durchmessern von wenigen Millimetern bis mehreren Metern. Dementsprechend unterscheiden sich CT-Systeme je nach Anwendungszweck. Dennoch wird versucht – hauptsächlich aus Kostengründen – CT-Systeme möglichst vielfältig einsetzbar zu gestalten. Dies wiederum überlässt es dem Anlagenbediener, eine Vielzahl an Messsystemparametern zur fallspezifischen Optimierung der Bildqualität anzupassen. Durch die sich ständig ändernden Aufnahmeparameter und Materialeigenschaften ist eine effektive Korrektur von den weiter oben beschriebenen physikalischen Artefakten bisher nicht möglich.

1.2 Eigener Beitrag

Ziel dieser Arbeit ist es, ein Verfahren zu entwickeln, das es ermöglicht, die Effekte der Strahlaufhärtung und Streustrahlung dergestalt zu reduzieren, dass die Auswertung computertomographischer Bilder von heterogenen verbessert wird. Als Auswertung kommt z. B. eine Fehlerfindung oder eine dimensionelle Messaufgabe in Frage. Für die Nutzung des Verfahrens sollen keine erweiterten Anforderungen an die Rechentechnik wie z. B. Rechencluster gestellt werden. Dennoch soll die Anwendung der Methode auch bei großen Datensätzen in annehmbarer Zeit möglich sein.

1.3 Aufbau der Arbeit

In einem einleitenden Kapitel 2 *Grundlagen der Computertomographie* werden physikalische und mathematische Verfahren und Größen definiert. In Kapitel 3.4

Methode wird das vorgeschlagene Korrekturverfahren eingehend beschrieben. Im anschließenden Kapitel 4 *Ergebnisse* werden verschiedene Testobjekte simuliert oder real gemessen und die erzeugten Daten mit Hilfe des vorgestellten Verfahrens korrigiert. Im abschließenden Kapitel 5 *Diskussion* wird das Verfahren bewertet und in den Gesamtkontext des Arbeitsgebiets eingeordnet. Dabei wird u. a. auf Grenzen und Probleme bei der Verwendung eingegangen.

Kapitel 2

Grundlagen der Computertomographie

Die CT ist ein schnittbildgebendes Verfahren, welches es ermöglicht, mit Hilfe einer rechnerbasierten Auswertung aus einer Vielzahl aus verschiedenen Richtungen gemessener Durchstrahlungsbilder eines Objektes, ein dreidimensionales CT-Bild zu bestimmen. Dabei ist es zunächst unerheblich, welche Strahlenart zur Bildgebung genutzt wird. Solange eine physikalisch nachweisbare Wechselwirkung mit dem Messobjekt stattfindet, ist es möglich, auf diese Weise innere Strukturen zerstörungsfrei sichtbar zu machen. Mathematisch betrachtet stellt dieser Prozess ein inverses Problem dar. Nur aufgrund der Information über die Wechselwirkung der Strahlung im Objekt wird auf die räumliche Verteilung einer Materialeigenschaft geschlossen. Der Begriff CT wird i. d. R., insbesondere in der Medizin und, wie auch in dieser Arbeit, mit der Verwendung von Röntgenstrahlung einer Röntgenröhre verbunden. Anlagen zur industriellen CT arbeiten auch mit Röntgenstrahlung. Aufgrund der Irrelevanz der biologischen Wirkungen ionisierender Strahlung sind hierbei auch die besonderen Eigenschaften von Gammastrahlung radioaktiver Nuklide [23] oder Neutronenstrahlung [69, 70] zur Bildgebung einsetzbar.

Die mathematischen Grundlagen zur Lösung des Problems der Bestimmung einer Funktion aus ihren Integralwerten wurden bereits Anfang des 20. Jahrhunderts durch Johann Radon geschaffen. In seiner Arbeit "Über die Bestimmung von Funktionen längs gewisser Manigfaltigkeiten" von 1917 werden die grundlegenden und bis heute gültigen Prinzipien der Radontransformation vorgestellt [65]. Weitere theoretische Arbeiten zu diesem Thema entstanden in den fünfziger Jahren des 20. Jahrhunderts durch Cormack und wurden Anfang der sechziger

Jahre veröffentlicht [12, 13]. Wenige Jahre später entwickelte Hounsfield auch animiert durch die Vorarbeiten von Cormack einen ersten CT-Scanner [29]. Später wurden die ersten Ergebnisse klinischer Untersuchungen mit einem Computertomographen veröffentlicht.

Aus technischer Sicht unterscheidet man zwischen verschiedenen Gerätegenerationen. Die Translations-Rotations-Scanner der ersten und zweiten Generation waren noch mit einer Lineareinheit ausgestattet, da hier zur Aufnahme einer ganzen Zeile Detektor und Röhre horizontal verschoben werden mussten. Bei den Geräten der dritten Generation wurde die Lineareinheit durch den Einsatz von einer oder mehreren Detektorzeilen bzw. eines Flächendetektors überflüssig (vgl. Abbildung 2.1). Geräte der vierten und fünften Generation arbeiten mit teilweise oder vollständig statischen Komponenten zur Röntgenstrahlengenerierung und -detektion (vgl. [4, 5, 7, 38]). In der zerstörungsfreien Prüfung werden fast ausschließlich Geräte der dritten Generation verwendet – allerdings mit dem Unterschied, dass sich hierbei nicht Röntgenröhre und Detektor um das Objekt drehen, sondern das Objekt selbst rotiert. Dies hat den Vorteil einer kostengünstigeren Konstruktion und ist hier dank kooperativer Prüfobjekte auch ohne Bewegungsartefakte (vgl. Kapitel 2.5 *Artefakte in der Computertomographie*) realisierbar.

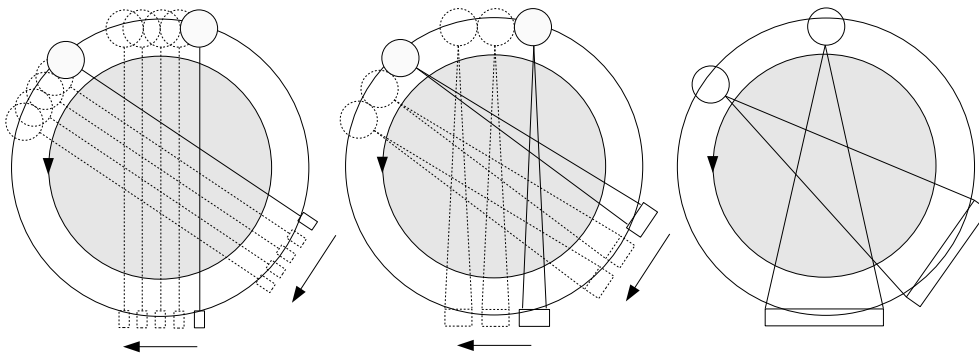


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der Aufnahmegeometrie von CT-Systemen der ersten bis dritten Generation (v.l.n.r.).

2.1 Röntgenstrahlung

Röntgenstrahlung ist eine elektromagnetische Strahlung und liegt im Wellenlängenbereich grob zwischen 10^{-8} und 10^{-12} m. Im elektromagnetischen Spektrum liegt sie damit außerhalb des sichtbaren Lichts und grenzt an die ultraviolette Strahlung. Definierte Grenzen gibt es dabei nicht (vgl. [4, 5, 7, 58]). Erstmals beschrieben wurden Röntgen- bzw. X-Strahlen durch deren Entdecker Wilhelm Conrad Röntgen im Jahre 1895 [68]. Am prinzipiellen Aufbau einer Einrichtung zur Erzeugung von Röntgenstrahlen – der Röntgenröhre – hat sich seitdem nichts geändert. Eine Röntgenröhre besteht in ihrer einfachsten Form aus einem evakuierten Glas- oder Metallbehälter, an dem zwischen Kathode und Anode eine Hochspannung U_{RR} angelegt ist und so ein elektrisches Feld erzeugt. Über eine Glühwendel werden an der Kathode durch thermische Anregung freie Elektronen der Masse m_e erzeugt, die durch das elektrische Feld beschleunigt mit einer Geschwindigkeit v_e auf die Anode treffen. Die Anzahl der Elektronen N_e ist abhängig vom Röhrenstrom I_{RR} , der durch die Glühwendel fließt. Abbildung 2.2 zeigt den schematischen Aufbau einer Röntgenröhre.

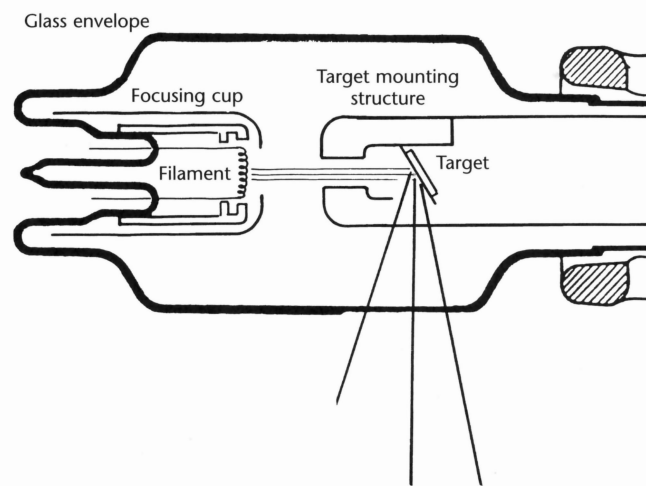


Abbildung 2.2: Schematischer Aufbau einer Röntgenröhre (nach [4]).

Die Anode wird weitläufig auch als "Target" (engl. Ziel) bezeichnet und besteht i. d. R. aus einem Material mit möglichst hoher Dichte sowie Ordnungszahl und gleichzeitig hoher Schmelztemperatur. Daher wird häufig auf Wolfram zurückgegriffen. Aber auch Chrom, Molybdän, Gold oder Rhodium eignen sich als Anodenmaterial. In der Anode entsteht zu ca. 1 % Röntgenstrahlung mit einer polychromatischen spektralen Verteilung und zu 99 % Wärme, welche durch aufwendige Kühlverfahren abtransportiert werden muss. Die kinetische Energie

E^{kin} der beschleunigten Elektronen kann mit der Elementarladung e zu

$$E^{\text{kin}} = U_{\text{RR}}e \quad (2.1)$$

$$= \frac{1}{2}m_e v_e^2 \quad (2.2)$$

bestimmt werden. Bei der Entstehung von Röntgenstrahlung überlagern sich im Wesentlichen zwei Prozesse: Zum Einen die Entstehung von charakteristischer Röntgenstrahlung und zum Anderen die von Röntgenbremsstrahlung. Beide Effekte laufen kaskadisch und unabhängig voneinander ab und überlagern sich bis die Bewegungsenergie der beschleunigten Elektronen in Röntgenquanten oder Wärme umgesetzt ist. Die prinzipiellen Entstehungs- und Wirkungsmechanismen werden im Folgenden kurz erläutert.

2.1.1 Charakteristische Röntgenstrahlung

Treffen die im elektrischen Feld der Röntgenröhre beschleunigten Elektronen auf Hüllenelektronen des Anodenmaterials, werden diese durch einen Stoßprozess auf ein höheres Energieniveau gehoben. Durch Rekombination mit energiereicheren Hüllenelektronen eines höheren Energieniveaus oder freien Elektronen wird die entstehende Lücke sofort geschlossen. Die überschüssige Energie E_{Ph} wird in Form einer elektromagnetischen Welle der Frequenz ν_{Ph} abgegeben. Dieser Effekt wird als Röntgenfluoreszenz bezeichnet. Über das Plank'sche Wirkungsquantum h lässt sich die Energie wie folgt bestimmen:

$$E_{\text{Ph}} = h\nu_{\text{Ph}} \quad (2.3)$$

Da die Energieniveaus zwischen den einzelnen Schalen diskret und materialspezifisch sind, entsteht je nach Anodenmaterial ein charakteristisches Linienspektrum. Man spricht daher von charakteristischer Röntgenstrahlung [58].

2.1.2 Röntgenbremsstrahlung

Erfolgt keine Interaktion zwischen eintreffenden Elektronen und den Hüllenelektronen im Anodenmaterial, sondern lediglich eine Abbremsung im Coulomb-Feld des Atomkerns, wird die überschüssige Energie in Form einer elektromagnetischen Welle abgegeben. Da der als Stoßparameter bezeichnete Abstand zum Atomkern und damit auch die Stärke der Ablenkung statistisch verteilt sind, kann das entstehende Photon jede Energie zwischen 0 und dem Wert der kinetischen Energie des eintreffenden Elektrons annehmen. Letzteres tritt ein, wenn

Elektronen direkt den Atomkern treffen und ihre gesamte Bewegungsenergie in Form eines Photons mit der maximalen Energie von \hat{E}_{Ph} abgegeben wird.

$$\hat{E}_{\text{Ph}} = h\hat{\nu}_{\text{Ph}} = U_{\text{RR}}e \quad (2.4)$$

Diese polychromatische Form der Röntgenstrahlung wird auch als Röntgenbremsstrahlung bezeichnet.

2.1.3 Feldgrößen

Wie oben bereits beschrieben, laufen die Entstehungsprozesse von Röntgenstrahlung parallel ab und es entsteht ein polychromatisches anisotropes Strahlenfeld. Für eine exakte Charakterisierung des Strahlenfeldes ist es aufgrund der Anisotropie theoretisch notwendig, an jedem Raumpunkt um die Quelle herum eine Messung der Anzahl N_{Ph} der Photonen mit der Energie E_{Ph} aus der Richtung des Raumwinkels Ω vorzunehmen. Dies ist jedoch praktisch nicht umsetzbar. Daher wird mit der differentiellen Energieflussdichte Ψ zusätzlich die Durchtrittsfläche A und der Messzeitraum t mit einbezogen (vgl. [43]). Es gilt:

$$\Psi = \frac{dN_{\text{Ph}}}{dA dt d\Omega dE} \quad (2.5)$$

Als Energiespektrum S eines Strahlenfeldes bezeichnet man das Integral der differentiellen Energieflussdichte über den Raumwinkel, die Fläche und die Zeit an einem bestimmten Ort:

$$S = \int_0^{4\pi} \int_0^{\hat{A}} \int_0^t \Psi dt dA d\Omega = \frac{dN_{\text{Ph}}}{dE} \quad (2.6)$$

2.2 Wechselwirkung mit Materie

Treten Röntgenstrahlen mit Materie in Wechselwirkung, werden sie je nach Wechselwirkungspartner (Hüllenelektron, Atomkern oder Coulomb-Feld) durch diverse Effekte beeinflusst. Welche Art von Wechselwirkungsprozess stattfindet, ist abhängig von der Photonenenergie und dem schwächenden Material. Im Folgenden werden die Photoabsorption und die Streuung näher erläutert. Auf eine Erklärung des Paarbildungseffekts wird an dieser Stelle verzichtet, da das in dieser Arbeit vorgestellte Verfahren mit konventionellen Röntgenröhren getestet wurde, deren maximale Beschleunigungsspannung 450 keV nicht übersteigt und somit die notwendige doppelte Elektronenruheenergie von 1,022 MeV zur Entstehung von Elektron-Positron-Paaren nicht erreicht wird.

2.2.1 Photoabsorption

Trifft ein Röntgenphoton auf ein Hüllenelektron des Absorbermaterials und entspricht die Photonenenergie E_{ph} mindestens der Bindungsenergie E^{bin} des Hüllenelektrons, wird das Hüllenelektron herausgelöst und das Absorberatom ionisiert. Daher spricht man hierbei von ionisierender Strahlung. Übersteigt die Photonenenergie die Bindungsenergie, erhält das entstandene Photoelektron eine zusätzliche Bewegungsenergie E^{kin} .

$$E^{\text{kin}} = h\nu_{\text{ph}} - E^{\text{bin}} \quad (2.7)$$

Die entstandene Lücke wird durch Elektronen höherer Schalen gefüllt, wodurch wiederum charakteristische Strahlung in Form von Fluoreszenz entsteht. Reicht die Photonenenergie nicht aus, um ein Hüllenelektron aus der jeweiligen Schale zu entfernen, wird dieses lediglich angeregt und auf ein höheres Energieniveau gehoben. Die Wahrscheinlichkeit einer Wechselwirkung im Absorbermaterial steigt mit abnehmender Photonenenergie und zunehmender Ordnungszahl und Dichte.

2.2.2 Streuung

Es wird zwischen kohärenter und inkohärenter Streuung unterschieden. Kohärente Streuung ist dadurch gekennzeichnet, dass sich die Frequenz und damit die Energie eines Röntgenphotons durch den Wechselwirkungseffekt nicht verändert. Lediglich die Ausbreitungsrichtung ändert sich:

$$h\nu_{\text{ph}} = h\nu_{\text{ph}}^{\text{koh}} \quad (2.8)$$

Tritt neben der Richtungsänderung noch ein Energieübertrag auf den Interaktionspartner auf, handelt es sich um inkohärente Streuung oder auch Compton-Streuung. Durch den Energieübertrag verringert sich die Photonenenergie. Findet das Streueignis in der Atomhülle statt, wird ein Hüllenelektron der äußeren Schalen herausgelöst. Wird dabei mehr als die Bindungsenergie übertragen, erhält das Comptonelektron eine kinetische Energie von:

$$E^{\text{kin}} = h(\nu_{\text{Ph}} - \nu_{\text{Ph}}^{\text{inkoh}}) - E^{\text{bin}} \quad (2.9)$$

Mit steigender Photonenenergie nimmt die relative Wahrscheinlichkeit für inkohärente Streuprozesse zu (vgl. Abbildung 2.3).

2.2.3 Schwächende Schichten

Trifft ein monochromatischer, infinitesimal dünner Röntgenstrahl mit der Energieflussdichte Ψ^{m} auf eine infinitesimal dünne, homogene Materialschicht mit einer Dicke $\Delta\eta$ wird die Anzahl der Photonen, die diese Materialschicht durchdringen, abhängig von der Materialeigenschaft μ , durch die oben beschriebenen Wechselwirkungsprozesse reduziert. Es gilt:

$$\Psi^{\text{m}}(\eta + \Delta\eta) = \Psi^{\text{m}}(\eta) - \mu(\eta)\Psi^{\text{m}}(\eta)\Delta\eta \quad (2.10)$$

Durch Grenzwertbildung und Integration erhält man als Lösung der Differentialgleichung einen Zusammenhang der als Lambert-Beer'sches Gesetz oder Schwächungsgesetz bekannt ist:

$$\Psi^{\text{m}}(\eta) = \Psi^0 e^{-\mu^{\text{m}}\eta} \quad (2.11)$$

Der lineare Schwächungskoeffizient μ^{m} stellt dabei eine energieabhängige Materialkonstante dar und $\Psi^0 = \Psi^{\text{m}}(\eta=0)$, die eintreffende, unmodulierte Energieflussdichte. Aus Gleichung (2.11) lässt sich mit der totalen Abschwächung R^{m} eine weitere Größe ableiten.

$$R^{\text{m}}(\eta) = -\ln \left| \frac{\Psi^{\text{m}}(\eta)}{\Psi^0} \right| = \mu^{\text{m}}\eta \quad (2.12)$$

Die totale Abschwächung ist eine dimensionslose Größe und gibt an, wie stark der Röntgenstrahl nach Passieren einer Materialdicke η geschwächt wurde. Der konstante Proportionalitätsfaktor zwischen totaler Abschwächung und durchstrahlter Materialdicke entspricht dem linearen Schwächungskoeffizienten μ^{m} und lässt sich durch Differenzieren von Gleichung (2.12) bestimmen:

$$\mu^{\text{m}} = \begin{cases} \frac{dR^{\text{m}}(\eta)}{d\eta} & : \eta > 0 \\ 0 & : \eta = 0 \end{cases} \quad (2.13)$$

Der lineare Schwächungskoeffizient stellt eine Kombination verschiedener Schwächungskoeffizienten dar, die jeweils den entsprechenden Wechselwirkungseffekten zugeordnet werden können. Die wichtigsten Schwächungskoeffizienten sind in Gleichung (2.14) zusammengefasst.

$$\mu^m = \mu^{\text{ph}} + \mu^{\text{koh}} + \mu^{\text{inkoh}} + \mu^{\text{pp}} \quad (2.14)$$

Dies sind die Koeffizienten für die Photo-Absorption μ^{ph} , die kohärente μ^{koh} und inkohärente μ^{inkoh} Streuung sowie die Paarbildung μ^{pp} . Tatsächlich gibt es noch weitere Beiträge zum Schwächungskoeffizienten, die in dieser Betrachtung vernachlässigt werden. Die absoluten Werte der einzelnen Koeffizienten sind stark energieabhängig (vgl. Abbildung 2.3). Die Dominanz der Photoabsorption bei niedrigen Energien und der zunehmende Einfluss der Streuung mit steigender Photonenenergie erklärt das unterschiedliche Schwächungsverhalten bei verschiedenen Photonenenergien. Vernachlässigt man charakteristische Röntgenstrahlung und Photoabsorption, nimmt die Anzahl der Photonen je Energieintervall dN_{ph}/dE zu höheren Energien kontinuierlich ab. Durch die hohe Wechselwirkungswahrscheinlichkeit für eine Photoabsorption bei niedrigen Energien werden die niederenergetischen Photonen jedoch fast vollständig absorbiert.

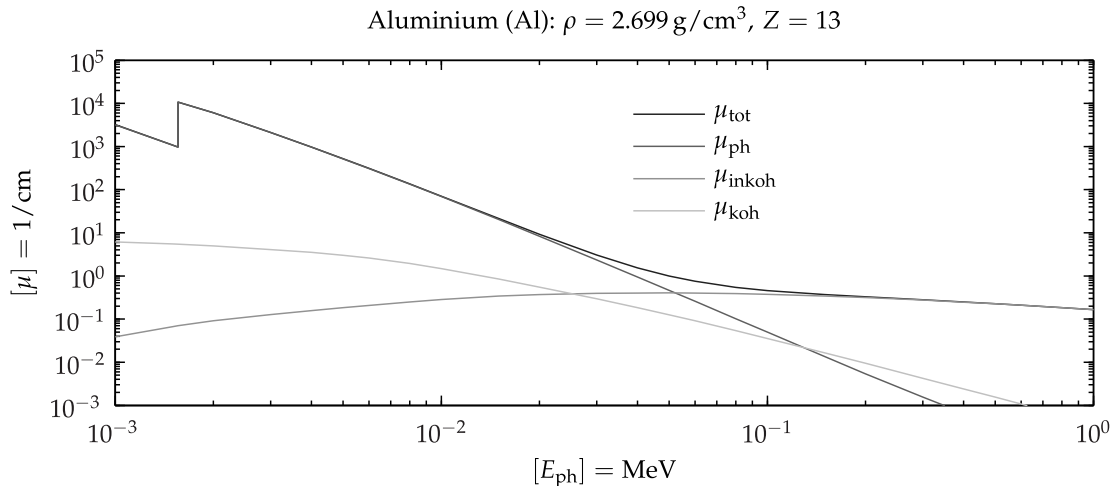


Abbildung 2.3: Energieabhängigkeit der Schwächungskoeffizienten in Abhängigkeit vom Wechselwirkungseffekt für Aluminium.

2.3 Detektion von Röntgenstrahlung

Da Röntgenstrahlung, oder im Allgemeinen ionisierende Strahlung, für das menschliche Auge unsichtbar und zudem auch nicht direkt messbar ist, werden Detektionsmechanismen benötigt, welche die unterschiedlichen Wechselwirkungen von Strahlung mit Materie ausnutzen und somit die Eigenschaften des Strahlenfeldes messbar machen. Die Energie der Röntgenstrahlung muss in geeigneter Weise im Detektor deponiert und anschließend in ein Messsignal gewandelt werden. Ein Detektor dient somit der Messung der Energieflussdichte eines Strahlenfeldes an einem definierten Ort. Dieser Messwert wird im Folgenden als Intensität I bezeichnet.

Die Entwicklung von Detektoren bzw. Detektorelementen, die eine Ladungsmenge in Form eines elektronisch auswertbaren Messsignals liefern, war für die Entwicklung der CT zwingend erforderlich bzw. machte diese überhaupt erst möglich. Als physikalische Wechselwirkungseffekte für die Detektion von Röntgenstrahlung eignen sich dafür die Ionisation für den direkten Nachweis und die Anregung (Lumineszenz) für den indirekten Nachweis. Als Bauform wird zwischen Zeilen- oder Mehrzeilen und Flachbilddetektoren unterschieden. Zeilendetektoren sind aus einzelnen Detektorelementen zusammengesetzt, die zur Reduktion von Streustrahlung i. d. R. kollimiert sind. Flachbilddetektoren werden kostengünstig "am Stück" produziert und weisen im Vergleich zu Zeilendetektoren wesentlich mehr Detektorelemente mit jeweils kleinerem Abstand auf. Allerdings ist die Kollimierung einzelner Detektorelemente unmöglich, was die Anfälligkeit gegenüber Streustrahlung erhöht. Zur Erörterung weiterer Vor- und Nachteile verschiedener Detektorsysteme sei auf weiterführende Fachliteratur verwiesen, bspw. [7, 38].

Der Messwert eines einzelnen Detektorelements wird bei der Bildsynthese einem einzelnen Bildelement – dem Pixel (engl., geb. aus: picture element = Bildelement) – zugeordnet. Die Menge der zum gleichen Zeitpunkt erzeugten Messwerte aller Pixel wird als Durchstrahlungsbild oder auch Projektion bezeichnet. Tabelle 2.1 zeigt die im Folgenden verwendete Nomenklatur zur Beschreibung des Pixelrasters eines Röntgendetektors.

| Formelzeichen | Beschreibung | PE XRD 1620 |
|--------------------------|---------------------------------------------|-------------|
| $[N_{Px}]$ | Anzahl horizontaler Detektorpixel (Spalten) | 2.048 |
| $[N_{Py}]$ | Anzahl vertikaler Detektorpixel (Zeilen) | 2.048 |
| $[N_{PD}]$ | Anzahl aller Pixel eines Detektors | 4.194.304 |
| $[D_{Px}] = \mu\text{m}$ | Horizontaler Pixelabstand | 200 |
| $[D_{Py}] = \mu\text{m}$ | Vertikaler Pixelabstand | 200 |
| $[D_{Dx}] = \mu\text{m}$ | Detektorbreite | 409.600 |
| $[D_{Dy}] = \mu\text{m}$ | Detektorhöhe | 409.600 |

Tabelle 2.1: Nomenklatur zur Beschreibung von Detektoreigenschaften. Die rechte Spalte zeigt beispielhaft die Werte eines Flachbilddetektors vom Typ Perkin Elmer XRD 1620.

Die in Tabelle 2.1 aufgeführten Bezeichner sind wie folgt verknüpft:

$$N_{PD} = N_{Px} \cdot N_{Py} \quad (2.15)$$

$$D_x = N_{Px} \cdot D_{Px} \quad (2.16)$$

$$D_y = N_{Py} \cdot D_{Py} \quad (2.17)$$

$$D_{Dx} = N_{Px} \cdot D_{Px} \quad (2.18)$$

$$D_{Dy} = N_{Py} \cdot D_{Py} \quad (2.19)$$

$$A_D = D_{Dx} \cdot D_{Dy} \quad (2.20)$$

Jedes einzelne Pixel weist ein charakteristisches Gesamtübertragungsverhalten auf, welches sich aus den Teilübertragungsverhalten der verschiedenen Signalwandlungsprozesse zusammensetzt. Der Einfluss der verschiedenen Signalwandlungsprozesse auf das Ausgangssignal eines Detektors kann mit Hilfe von Konversionsfaktoren beschrieben werden. Energieabhängigkeiten werden bspw. durch die Detektoreffizienz Q beschrieben,

$$Q(E) \leq 1 \quad (2.21)$$

während energieunabhängige Einflussgrößen, wozu auch die Verstärkung des Detektors zählt, zu einem Gesamtkonversionsfaktor G zusammengefasst werden.

$$G = \prod_i G_i \quad (2.22)$$

In Abbildung 2.4 ist das Gesamtübertragungsverhalten eines Pixels schematisch dargestellt. Die Übertragungskennlinie ist charakterisiert durch einen annähernd linearen Teil, in dem sich der Arbeitspunkt befinden soll. Signale, die sich außerhalb des linearen Bereichs befinden, werden zunehmend nicht-linear

übertragen. Wie bei jedem technischen Übertragungssystem ist auch bei einem Röntgendetektor der Dynamikumfang der Ausgangsgröße wesentlich kleiner als jener der Eingangsgröße und zudem quantisiert. Detektoren liefern bereits ohne Vorliegen eines Eingangssignals ein Ausgangssignal, was als Dunkelsignal bzw. Dunkelstrom oder -bild bezeichnet wird. Da aufgrund der Herstellungsprozesse nicht alle Pixel baugleich sind, variieren Dynamikumfang und Verstärkung teilweise sehr stark. Um dennoch ein homogenes Übertragungsverhalten zu erreichen, wird mit der sogenannten Gain-Offset-Korrektur bzw. Hell-/Dunkelbildkorrektur oder auch Multi-Gain-Korrektur für jedes Pixel ein Abgleich durchgeführt. Dabei wird das Eingangssignal des Detektors moduliert, wodurch das Übertragungsverhalten der einzelnen Pixel gemäß Abbildung (2.21) bestimmt und angeglichen werden kann.

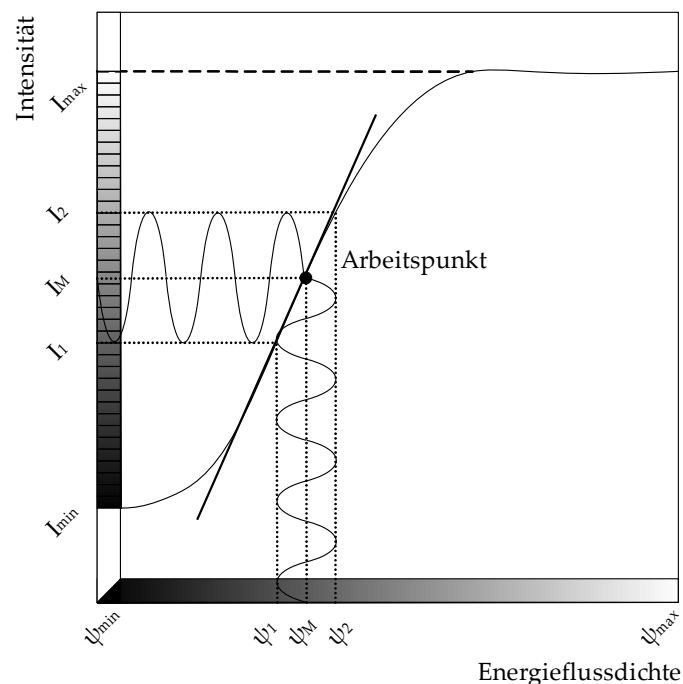


Abbildung 2.4: Übertragungsverhalten eines Detektorelements. Die Kennlinie ist nicht über den gesamten Signaleingangsbereich linear. Selbst wenn kein Strahlenfeld vorhanden ist, wird ein Ausgangssignal erzeugt.

Unter Verwendung der Gleichungen (2.5), (2.21) und (2.22) ergibt sich für die Bestimmung der Strahlenfeldgröße und die Wandlung in einen Wert für die

Intensität an einem bestimmten Ort folgende Beziehung:

$$I = \prod_i G_i \int_0^{\hat{E}} Q(E) \int_0^{4\pi} \int_0^{\hat{A}} \int_0^t \Psi dt dA d\Omega dE \quad (2.23)$$

$$= \prod_i G_i \int_0^{\hat{E}} Q(E) S(E) dE \quad (2.24)$$

Die Lage des Arbeitspunktes auf der Übertragungskennlinie eines Detektors lässt sich durch Variation der Einflussgrößen der Energieflussdichte verändern. Die Intensität ist energieabhängig und steigt mit zunehmender Pixelfläche A_P , Integrationszeit des Detektors t_D sowie abgedecktem Raumwinkel Ω_D und wird in Grauwertstufen bzw. Grauwerten angegeben.

2.4 Rekonstruktion und Auswertung von Schnittbildern

2.4.1 Rekonstruktion von Schnittbildern

Wie bereits einführend beschrieben, stellt die CT ein schnittbildgebendes Verfahren dar, welches die Wechselwirkung von Röntgenstrahlung mit Materie ausnutzt, um aus einer Reihe von Durchstrahlungsaufnahmen eines Objekts dessen Querschnitt zu rekonstruieren. Das Schnittbild, oder auch CT-Bild, stellt somit das diskrete Analogon zu der im Objekt vorliegenden Verteilung der linearen Schwächungskoeffizienten dar. Die kleinste Informationseinheit eines CT-Bildes ist ein Voxel (engl., geb. aus: volumetric pixel). Der skalare Wert des Voxels beschreibt den linearen Schwächungskoeffizienten stellvertretend für die Region im Objekt, die durch das Voxel abgedeckt wird. In der medizinischen Applikation hat das Voxel die Einheit HU (engl. Abk.: Hounsfield unit) und stellt über eine Normierung auf den linearen Schwächungskoeffizienten von Wasser eine 12-bitige Skala $[-1024, 3071]$ zur Verfügung. In der industriellen CT wird i. d. R. auf die Normierung verzichtet und entweder von Schwächungs- bzw. Absorptionskoeffizienten oder einfach von Grauwerten gesprochen.

Das Problem der Berechnung eines CT-Bildes aus einer Verteilungsfunktion lässt sich mathematisch betrachtet auf verschiedene Arten lösen, die jeweils an die vorliegende Aufnahmegeometrie anzupassen sind. Im Folgenden wird die gefilterte Rückprojektion in Parallelstrahlgeometrie vorgestellt. Durch spezielle Anpassungen kann dieses Rekonstruktionsverfahren für weitere Aufnahmegeometrien erweitert werden. Abbildung 2.5 stellt das während einer tomographischen Aufnahme in zweidimensionaler Parallelstrahlgeometrie rotierende (s, t) - und feste, kartesische (x, y) -Koordinatensystem schematisch dar. Die Koordinatensysteme sind um den Winkel ϕ zueinander gedreht und über die Beziehung in Gleichung (2.25) miteinander verknüpft.

$$\begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

Innerhalb des Bildradius $\frac{D_{\text{BO}}}{2}$ kann eine zweidimensionale Verteilungsfunktion $\mu(x, y)$ bestimmt werden, die die räumliche Verteilung des linearen Schwächungskoeffizienten beschreibt. Der Schwächungskoeffizient ist wiederum abhängig von der Dichte (ρ) und der Ordnungszahl (Z) des untersuchten Materials sowie der Strahlenenergie.

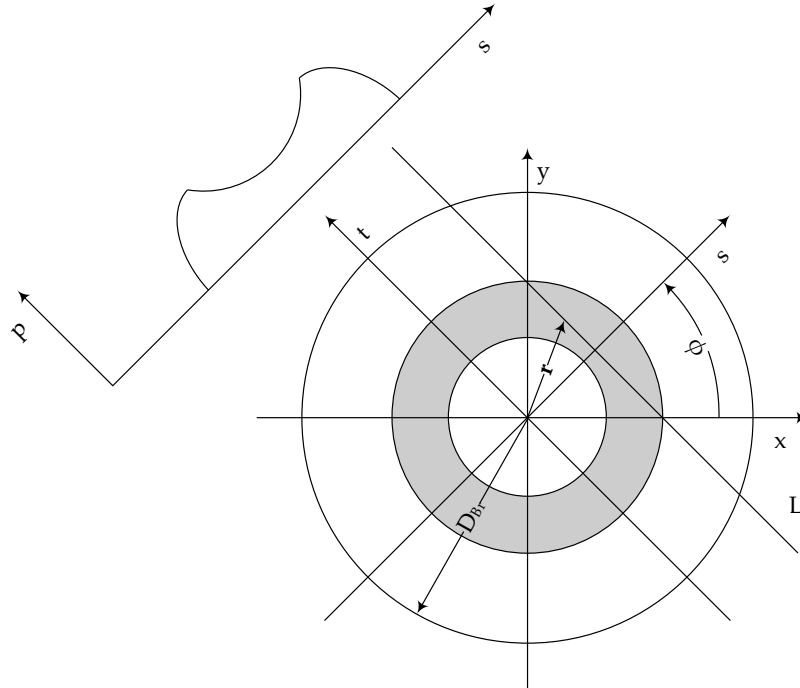


Abbildung 2.5: Koordinatensystem bei der CT in Parallelstrahlgeometrie. Eingezeichnet und grau markiert ist ein hohlzylindrisches Objekt.

Das Linienintegral entlang der Projektionsgeraden $L(s, \phi)$ über die räumliche Verteilungsfunktion im (s, t) Koordinatensystem liefert einen Projektionswert $p(s, \phi)$ und lautet

$$p(s, \phi) = \int_{L(s, \phi)} \mu(x, y) dt \quad (2.26)$$

mit

$$L(s, \phi) = \{(x, y) | x \cos \phi + y \sin \phi = s\} \quad (2.27)$$

Der Projektionswert p der Verteilungsfunktion entspricht dem Wert für die totale Abschwächung (vgl. Gleichung (2.12)). Unter Verwendung der Delta-Distribution kann der Projektionswert wie in Gleichung (2.28) beschrieben werden und wird als Radontransformierte der Verteilungsfunktion bezeichnet.

$$p(s, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y) \cdot \delta(x \cos \phi + y \sin \phi - s) dx dy \quad (2.28)$$

$$= \mathfrak{R}(\mu(x, y)) \quad (2.29)$$

Aufgabe eines Rekonstruktionsverfahrens ist es, aus der Radontransformierten die zu Grunde liegende Verteilungsfunktion zu bestimmen. Grundlage für die

Bestimmung der Verteilungsfunktion ist das Fourier-Slice-Theorem. Es besagt, dass unter Berücksichtigung des Drehwinkels ϕ der Zentralschnitt durch die zweidimensionale Fouriertransformierte der Verteilungsfunktion $\mu(w \cos \phi, w \sin \phi)$ mit der eindimensionalen Fouriertransformierten der Projektion $P(w, \phi)$ identisch ist (vgl. [3, 7, 36]).

$$P(w, \phi) = \mu(w \cos \phi, w \sin \phi) \quad (2.30)$$

Es ist möglich, diesen Zusammenhang zur Bestimmung der gesuchten Verteilungsfunktion zu nutzen. Diese als direkte Fourierrekonstruktion bezeichnete Methode hat allerdings einen entscheidenden Nachteil: Zur Bestimmung der Verteilungsfunktion wird die Berechnung einer inversen diskreten Fouriertransformierten notwendig, welche sich nur auf Basis von kartesischen Koordinaten berechnen lässt. Der unter Ausnutzung des Fourier-Slice-Theorems gefüllte Frequenzraum liegt allerdings in Polarkoordinaten vor und muss in kartesische Koordinaten transformiert werden. Aufgrund der ungleichmäßigen Verteilung der Abtastpunkte im Frequenzraum entsteht bei der Koordinatentransformation mit zunehmender Ortsfrequenz w ein immer größerer Interpolationsfehler. Dies ist nicht unproblematisch und macht sich im Ortsraum gerade bei feinen Details bemerkbar.

Dieses Problem lässt sich durch die Verwendung von Rückprojektionsverfahren umgehen. Ausgehend von der inversen Fouriertransformierten der Verteilungsfunktion gilt für diese:

$$\mu(x, y) = \mathfrak{F}^{-1}(\mu(x, y)) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(u, v) e^{-2\pi i(xu + yv)} dx dy \quad (2.31)$$

Durch Verwendung der Polarkoordinaten $u = w \cos \phi$ und $v = w \sin \phi$ und des Fourier-Slice-Theorems sowie Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften der Fouriertransformation ergibt sich daraus:

$$\mu(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |w| P(w, \phi) e^{-2\pi i w(x \cos \phi + y \sin \phi)} dw d\phi \quad (2.32)$$

Das innere Integral stellt die mit $|w|$ gewichtete inverse Fouriertransformierte der Projektion dar. Das äußere Integral beschreibt die Rückprojektion. Die Gewichtung im Frequenzraum kann hierbei als Filterung betrachtet werden. Für die unbekannte Verteilungsfunktion kann daher gefolgert werden:

$$\mu(x, y) = \int_0^{\pi} \mathfrak{F}^{-1}(|w| P(w, \phi))(s) d\phi \quad (2.33)$$

Dieses Rekonstruktionsverfahren wird als gefilterte Rückprojektion bezeichnet. Die dabei verwendeten Filter können je nach Aufgabenstellung variieren. Gängige Filter sind bspw. der sogenannte Rampen- oder RamLak-Filter nach Ramachandran und Lakshminarayanan [66] oder der Shepp-Logan Filter [73]. Die Anpassung der gefilterten Rückprojektion auf Projektionswerte einer Kegelstrahlgeometrie stellt die sogenannte Feldkamp-Rekonstruktion dar [18]. In manchen Fällen ist es aussichtsreicher, die Filterung der Projektionswerte im Ortsraum mit Hilfe einer Faltung vorzunehmen. Dann gilt:

$$\mu(x, y) = \int_0^{\pi} \mathfrak{F}^{-1}(|w|)(s) * p(s, \phi) d\phi \quad (2.34)$$

Die Verteilungsfunktion kann nur dann exakt bestimmt werden, wenn die Daten zum Einen vollständig sind und zum Anderen die Tuy-Bedingung erfüllt ist. Vollständigkeit der Daten bedeutet, dass die entsprechende Objektschicht des Messobjekts zu jedem Zeitpunkt der Datenaufnahme vollständig abgebildet und durchstrahlbar ist. Ein Objekt ist dann durchstrahlbar, wenn die am Detektor nachgewiesene Restintensität einen gewissen Wert nicht unterschreitet. In [1] wird dafür ein minimaler Transmissionswert von 10 % empfohlen. Eine Abbildung im Sinne der CT ist dann vollständig, wenn jedes Objektdetail der entsprechenden Objektschicht zu jedem Zeitpunkt abgebildet wird, d. h. der Abstand des Objektdetails zum Drehzentrum nie größer wird als $\frac{D_{B\emptyset}}{2}$. Es kommt bspw. bei sehr großen Objekten vor, dass diese Bedingungen nicht erfüllt werden können und eine ROI-CT (engl. Abk., region of interest = ausgewählte Region) notwendig wird und nur ein Teil des Prüfobjekts rekonstruiert wird. Hierfür existieren Verfahren wie z. B. die two-step Hilbert Transformation [60], die trotz Verletzung der Vollständigkeitsbedingung eine wesentlich bessere Bildqualität ermöglicht, als Methoden auf Basis der gefilterten Rückprojektion. Die Tuy-Bedingung gibt vor, dass alle Ebenen, die das Rekonstruktionsvolumen schneiden, mindestens einen Schnittpunkt mit der Bewegungsbahn der Röntgenquelle haben müssen [75]. Es existieren verschiedene Ansätze zur Erfüllung dieser Bedingung wie z. B. die Abtastung des Messvolumens mit einer Helix- bzw. Spiral-Geometrie [37].

In dieser Arbeit finden größtenteils Flachbilddetektoren und damit die Kegelstrahlgeometrie Anwendung. Zur Beschreibung der Aufnahmegeometrie und der Eigenschaften eines rekonstruierten CT-Bildes werden die in Abbildung 2.6 und Tabelle 2.2 genannten Bezeichner verwendet, die über die Gleichungen (2.35)-(2.41) miteinander verknüpft sind.

| Formelzeichen | Beschreibung | PE XRD 1620 |
|----------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| $[N_{Vx}]$ | Anzahl Voxel in x-Richtung | 2.047 |
| $[N_{Vy}]$ | Anzahl Voxel in y-Richtung | 2.048 |
| $[N_{Vz}]$ | Anzahl Voxel in z-Richtung | 2.047 |
| $[N_V]$ | Anzahl aller Voxel des CT-Bildes | 8.581.548.032 |
| $[N_{\Delta\phi}]$ | Anzahl aller Drehwinkelschritte (Das Winkelinkrement zwischen zwei Drehwinkelschritten wird in dieser Arbeit als konstant betrachtet.) | 3.200 |
| $[N_P]$ | Anzahl aller Messwerte während einer CT-Messung | 13.421.772.800 |
| $[D_{Vx}] = \mu\text{m}$ | Voxelkantenlänge in x-Richtung | 24,23 |
| $[D_{Vy}] = \mu\text{m}$ | Voxelkantenlänge in y-Richtung | 18,80 |
| $[D_{Vz}] = \mu\text{m}$ | Voxelkantenlänge in z-Richtung | 24,23 |
| $[D_{Bx}] = \mu\text{m}$ | Breite des rekonstruierten CT-Bildes | 49.600 |
| $[D_{Bz}] = \mu\text{m}$ | Tiefe des rekonstruierten CT-Bildes | 49.600 |
| $[D_{By}] = \mu\text{m}$ | Höhe des rekonstruierten CT-Bildes | 38.502 |
| $[D_{B\emptyset}] = \mu\text{m}$ | Durchmesser des Rekonstruktionsbereichs | 49.600 |
| $[D_{FO}] = \mu\text{m}$ | Fokus-Objekt-Abstand | 100.000 |
| $[D_{FD}] = \mu\text{m}$ | Fokus-Detektor-Abstand | 800.000 |
| $[V]$ | Geometrische Vergrößerung | 8 |

Tabelle 2.2: Nomenklatur zur Beschreibung eines CT-Bildes. Die rechte Spalte zeigt beispielhaft die Werte für ein CT-Bild, welches mit einem Flachbilddetektor vom Typ Perkin Elmer PE XRD 1620 erzeugt wurde.

$$N_V = N_{Vx} \cdot N_{Vy} \cdot N_{Vz} \quad (2.35)$$

$$N_P = N_{\Delta\phi} \cdot N_{PD} \quad (2.36)$$

$$D_{Bx} = N_{Vx} \cdot D_{Vx} \quad (2.37)$$

$$D_{By} = N_{Vy} \cdot D_{Vy} \quad (2.38)$$

$$D_{Bz} = N_{Vz} \cdot D_{Vz} \quad (2.39)$$

$$V = \frac{D_{FD}}{D_{FO}} \quad (2.40)$$

$$D_V \approx \frac{D_{Px}}{V} \quad (2.41)$$

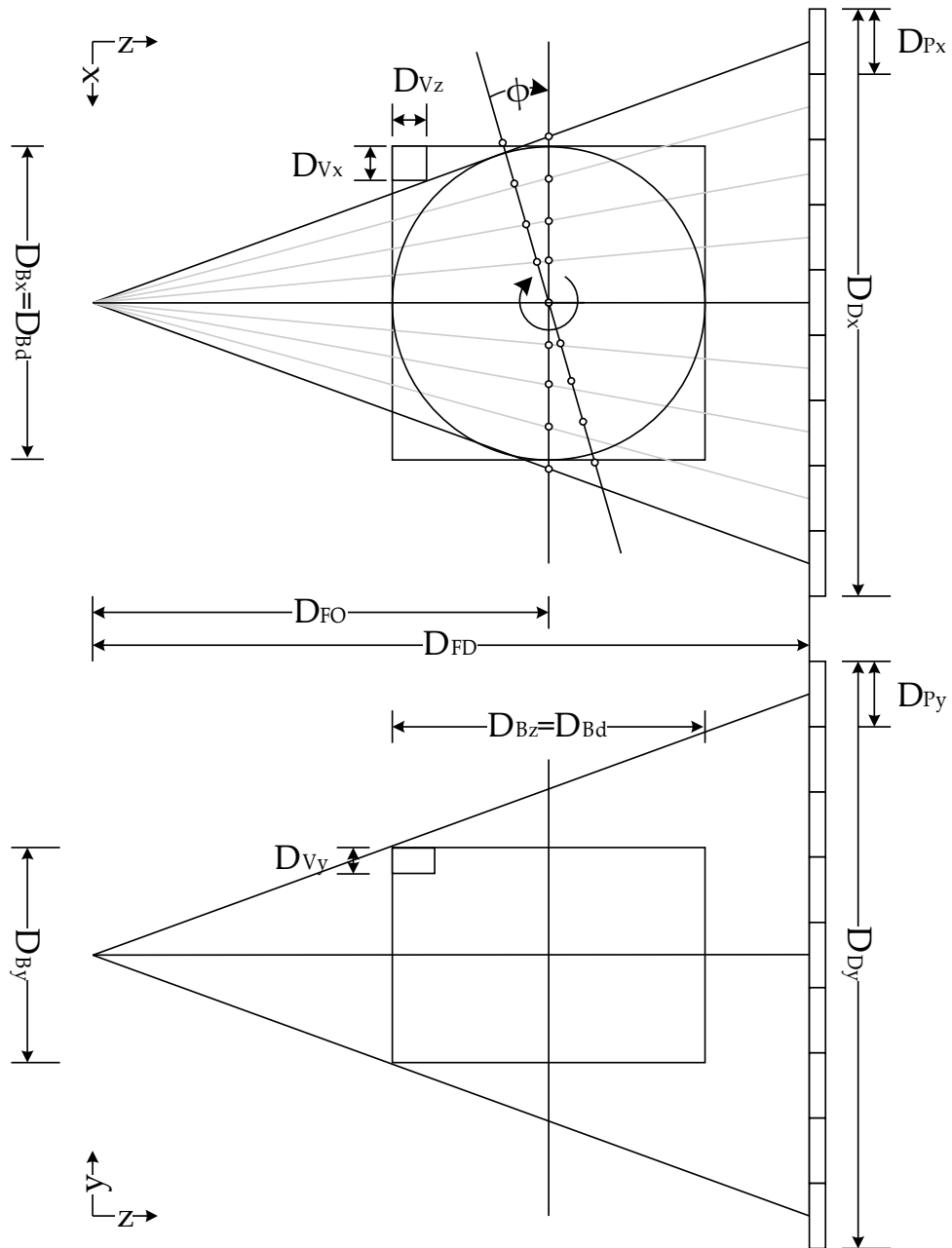


Abbildung 2.6: Koordinatensystem bei der CT in Kegelstrahlgeometrie.

Die Größe eines Voxels ist zunächst frei wählbar – eine beliebige Verkleinerung der Voxelgröße, ist jedoch nicht sinnvoll, da die Ortsauflösung der Verteilungsfunktion vor allem durch die endliche Größe des Brennflecks der Röntgenröhre und etwaige Streustrahleffekte im Röntgendetektor begrenzt wird. Es gilt das Abtasttheorem nach Nyquist-Shannon, wonach die Abtastung im Ortsraum mindestens doppelt so hoch sein muss, wie die höchste Frequenz des zu messenden Signals. Ist die maximale Ortsfrequenz hinreichend genau bekannt, kann die Voxelgröße über den Zusammenhang in Gleichung (2.42) bestimmt werden.

$$D_V \geq \frac{1}{2\hat{w}} \quad (2.42)$$

Bei bekanntem Durchmesser des Rekonstruktionszylinders lässt sich die Anzahl der erforderlichen Detektorelemente gemäß Gleichung (2.43) bestimmen.

$$N_{Px} = \frac{D_{B\emptyset}}{D_V} \quad (2.43)$$

Aus der Forderung, dass der Abstand zwischen zwei benachbarten Abtastpunkten auf dem Rand des Rekonstruktionszylinders mindestens dem Abstand zweier benachbarter Abtastpunkte einer Projektion entsprechen muss, um auch hier das Abtasttheorem zu erfüllen, lässt sich die Anzahl der notwendigen Drehwinkelschritte aus der Anzahl der Detektorelemente bestimmen. Gleichung (2.44) wird im Anhang hergeleitet.

$$N_{\Delta\phi} \geq \frac{\pi}{2} N_{Px} \quad (2.44)$$

2.4.2 Auswertung von Schnittbildern

Computertomographische Aufnahmen werden angefertigt, um ein Messobjekt hinsichtlich bestimmter Eigenschaften zu überprüfen, deren Bestimmung mit herkömmlichen Mitteln einer Zerstörung des Prüfobjekts bedarf. Im Wesentlichen handelt es sich dabei um folgende Möglichkeiten:

- Bestimmung von innenliegenden Strukturen in Form, Größe und Lage und anschließender Bewertung zur Unterscheidung zwischen Gut- und Schlechtteil im Rahmen eines Produktionsprozesses.
- Bestimmung einer oder mehrerer Materialeigenschaften wie z. B. der Dichte, der Porosität oder des Faservolumengehalts (vgl. [21]).

- Bestimmung von dimensionellen Größen von innen- und außenliegenden Strukturen im Rahmen einer metrologischen Auswertung mit dem Ziel der Überprüfung von Eigenschaften eingepasster Regelgeometrien (Kugel, Zylinder, etc.), von Form- und Lagetoleranzen (Ebenheit, Parallelität, Rundheit, etc.) oder von Schwund und Verzug (Soll-Ist-Vergleich) (vgl. [19, 41]).

Teil dieser Auswertungen sind Methoden der Bildverarbeitung, die dazu dienen, bestimmte Bildmerkmale zu extrahieren. Diese Merkmale sind vielfältig. Beispielsweise wird bei einer Untersuchung hinsichtlich der Suche nach Ungängen im Material versucht, mit Hilfe von Bildverarbeitungsoperatoren fehlerfreies von fehlerhaftem Material zu unterscheiden. Metrologische Messaufgaben hingegen arbeiten zum großen Teil auf Grundlage der Bestimmung einer Objektoberfläche. Eine der wichtigsten Bildverarbeitungsoperationen ist hierbei die Segmentierung von Bilddaten. Segmentierung ist die Erzeugung von inhaltlich zusammenhängenden Regionen entsprechend eines bestimmten Homogenitätskriteriums. Aus der Literatur sind dazu verschiedene Verfahren bekannt. Einen guten Überblick über bekannte Segmentierungsmethoden liefern bspw. [15, 24, 72].

Die einfachste Variante inhaltlich zusammenhängende Bildregionen zu definieren ist die Segmentierung mittels globaler Schwellwerte. Ausgehend von der Häufigkeitsverteilung der Grauwerte eines Bildes – dem Histogramm – wird versucht, die Menge aller Bildpunkte entsprechend ihres Grauwerts einer bestimmten Klasse zuzuordnen. Das Histogramm eines zu segmentierenden Bildes weist i. d. R. mehrere lokale Maxima auf (vgl. Abbildung 2.7).

Die einfachste Variante eines globalen Schwellwertverfahrens ist der sogenannte ISO50-Schwellwert. Dieser definiert die Grauwertschwelle T zur Trennung zweier Bildbereiche als Mittelwert zweier lokaler Maxima im Histogramm. Als weitere bekannte Methoden sind die Schwellwertfindungsverfahren nach Otsu [63] oder Ridler und Calvard [67] zu nennen. Letzteres ist ein iteratives Verfahren, welches ausgehend von einem bimodalen Histogramm und einem beliebigen Startschwellwert zur Trennung der Histogrammhälften für beide Hälften den mittleren Grauwert bestimmt und das arithmetische Mittel der mittleren Grauwerte als neuen Schwellwert bestimmt. Dieser Schritt wird so lange wiederholt, bis sich der Schwellwert nicht mehr ändert. Globale Schwellwerte haben jedoch den Nachteil, dass sie lokale Schwankungen der Schwellwerte nicht berücksichtigen und sich dadurch das Segmentierungsergebnis stark verschlechtern kann. Solcherlei Schwankungen können in CT-Bildern durch diverse

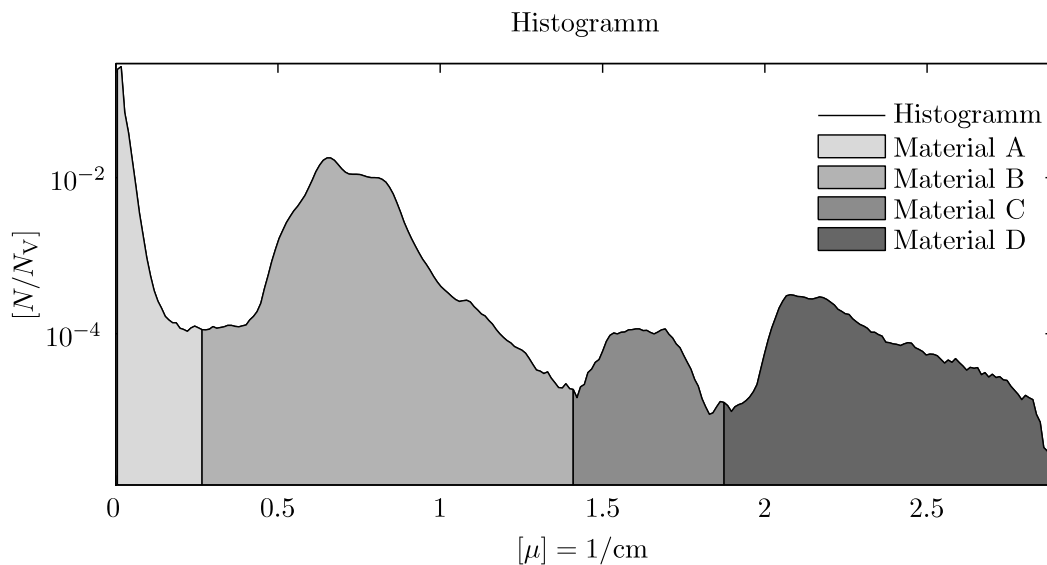


Abbildung 2.7: Histogramm eines CT-Bildes. Es sind unterschiedliche lokale Maxima in der Häufigkeitsverteilung erkennbar. Eine Auswertung des Histogramms hinsichtlich der Verteilung von lokalen Extrempunkten ermöglicht das Auffinden von potentiellen Schwellwerten.

Störungen des bildgebenden Systems (vgl. Kapitel 2.5 *Artefakte in der Computertomographie*) hervorgerufen werden. Bei der Segmentierung mit mehreren Schwellwerten ist zusätzlich darauf zu achten, dass erhebliche Fehlsegmentierungen allein dadurch zustande kommen können, dass der Grauwertübergang zwischen zwei zu segmentierenden Bereichen nur endlich schmal ist. Aufgrund der endlichen Auflösung des bilderzeugenden Systems ist mit einer bestimmten Unschärfe beim Übergang zwischen zwei Bildbereichen zu rechnen. Nur derjenige Bildbereich, der die höchsten Grauwerte aufweist, kann theoretisch segmentiert werden. Bei allen anderen kann es vorkommen, dass Bildpunkte, die eigentlich Teil der Kantenunschärfe zwischen einem Bildbereich mit höheren und einem mit niedrigeren Grauwerten sind, irrtümlicherweise dem aktuellen Bildbereich zugeordnet werden. Je größer die Unschärfe ist, desto markanter tritt dieser Fehler in Erscheinung. Nichtsdestoweniger ist dieses Verfahren am einfachsten umzusetzen und benötigt die geringste Rechenzeit.

2.5 Artefakte in der Computertomographie

Als Artefakte werden künstliche Strukturen bezeichnet, die in Bildern eines Objektes auftreten, für die allerdings keine entsprechenden Objektstrukturen existierten. Das Bild unterscheidet sich somit mehr oder weniger signifikant vom realen Objekt und weist i. d. R. eine geringere Bildqualität auf. Ursache für Artefakte sind Fehler der verwendeten Methode zur Bildsynthese. Der computertomographische Aufnahmeprozess kann durch ein vielschichtiges Informationsflussmodell beschrieben werden. Jeder informationsverarbeitende Prozess stellt eine Veränderung oder einen Verlust über die ursprüngliche Objektinformation dar. Teilweise werden Informationen in Form von Annahmen über das Objekt oder das Messsystem hinzugefügt, was zur Entstehung von Artefakten führen kann.

In der Messtechnik wird zwischen statistischen (zufälligen) und systematischen Messfehlern unterschieden. Statistische Fehler treten in der Bildgebung wie der CT durch Rauschprozesse auf. Diese lassen sich weiter in das durch die Natur der elektromagnetischen Strahlung bedingte Photonenrauschen und das Rauschen der verwendeten Elektronikkomponenten (z. B. Detektor) unterscheiden. Das Photonenrauschen lässt sich durch eine Verbesserung der Photonenstatistik – also einer Erhöhung der Energieflussdichte – erreichen, was wiederum durch eine Erhöhung der sensitiven Detektorfläche (A_D) oder der Messzeit (t_D) erreicht werden kann (vgl. Gleichung (2.23)). Durch eine arithmetische Mittelung von N_B Projektionsbildern ist eine Verminderung des Rauschens ebenfalls möglich. Elektronikrauschen lässt sich durch die Verwendung hochwertiger Elektronikkomponenten oder deren Kühlung erreichen. Zusätzlich kann eine Rauschreduktion mittels Bildverarbeitung interessant sein. Hierbei muss jedoch beachtet werden, dass eine Rauschreduktion auch immer ein Verlust an Bildinformation bedeutet. Rauschen impliziert in der Bildgebung immer eine Kontrastminderung und wirkt sich gleichmäßig auf das ganze Bild aus.

Systematische Fehler lassen sich noch weiter in bekannte und unbekannte systematische Fehler unterscheiden. Sind die Ursachen für einen systematischen Fehler bekannt, lässt sich dieser eventuell durch ein Modell erfassen und die ursprünglichen Daten können korrigiert werden. Dieser Vorgang kann als Artefaktkorrektur bezeichnet werden. Unbekannte systematische Fehler hingegen können nur gemeinsam betrachtet werden und tragen zur Messunsicherheit einer Messgröße bei. Die Messunsicherheit lässt sich somit nicht exakt bestimmen, sondern nur unter Berücksichtigung der Aufnahmeparameter und unter Anwen-

dung bestimmter Modellannahmen abschätzen.

In der CT treten eine Reihe von systematischen Fehlern auf. Diese lassen sich mit Hilfe des oben beschriebenen Schichtmodells erfassen (vgl. [7] und Abbildung 2.8). Jeder Schicht können unterschiedliche Artefakte zugeordnet werden. Einen guten Überblick über Artefakte in der CT gibt u. a. [38].

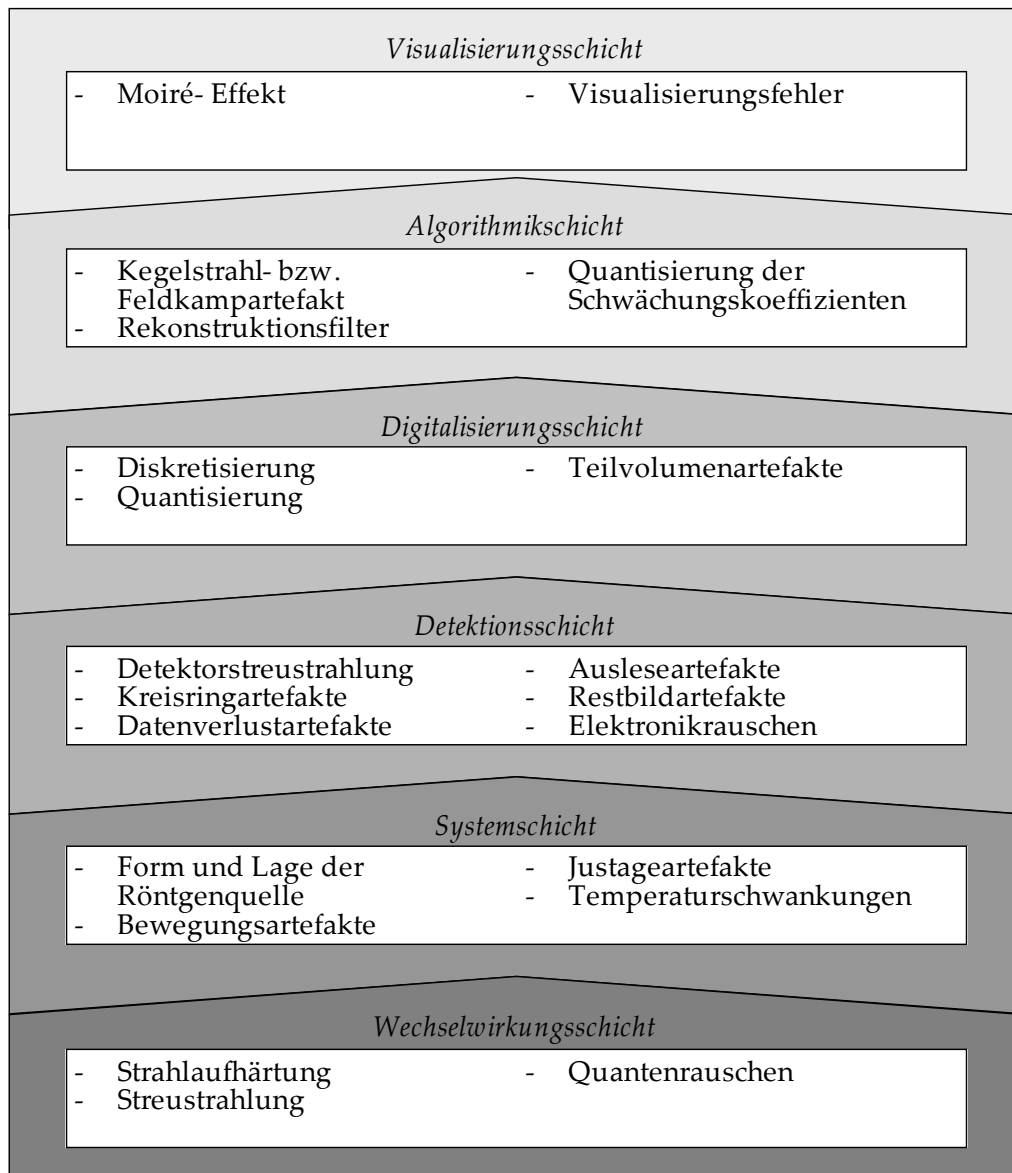


Abbildung 2.8: Schichtmodell zur Einteilung von Artefakten in der CT angelehnt an [7]. Ausgehend von der physikalischen Wechselwirkung werden von einer Schicht zur nächsten Schicht Informationen weitergeleitet und dabei verfälscht, gelöscht oder durch zusätzliche Informationen ergänzt. Das Durchlaufen der Schichten ist immer mit einem Informationsverlust verbunden.

2.5.1 Strahlaufhärungsartefakte

Wie bereits in Kapitel 2.2.3 *Schwächende Schichten* erwähnt, gilt der lineare Zusammenhang zwischen totaler Abschwächung des Röntgenstrahls und der dabei passiertten Materialdicke nur für einen infinitesimal dünnen, monochromatischen Strahl, homogene Materialien und dünne Schichten. In der praktischen Anwendung der CT wird jedoch auf das polychromatische Spektrum $S(E)$ einer Röntgenröhre zurückgegriffen. Des Weiteren weist der Röntgendetektor eine energieabhängige Detektoreffizienz $Q(E)$ auf. Unter Verwendung von Gleichung (2.6) bzw. (2.24) ergibt sich eine ungeschwächte Intensität I^0 zu

$$I^0 = \int_0^{\hat{E}} I^0(E) dE \quad (2.45)$$

mit

$$I^0(E) = G \cdot S(E) \cdot Q(E) \quad (2.46)$$

Das Lambert-Beer'sche Gesetz liefert für eine polychromatische geschwächte Intensität folgenden Ausdruck:

$$I^P(\eta) = \int_0^{\hat{E}} I^0(E) \cdot e^{-\mu^P(E)\eta} dE \quad (2.47)$$

Es kann jedoch in den seltensten Fällen von einer homogenen Materialverteilung und damit einem konstanten, linearen Schwächungskoeffizienten ausgegangen werden. Vielmehr variiert die Abschwächung innerhalb eines Materials teilweise recht stark, was u. a. auf die gesuchten Fehler im Materialgefüge wie z. B. Risse, Poren oder Lunker zurückzuführen ist. Somit muss Gleichung (2.47) um das Wegintegral ergänzt werden. Es gilt:

$$I^P(\eta) = \int_0^{\hat{E}} I^0(E) \cdot e^{-\int_0^l \mu^P(E,\eta) d\eta} dE \quad (2.48)$$

und für die totale Abschwächung aus Gleichung (2.12):

$$R^P(\eta) = -\ln \left(\frac{I^P(\eta)}{I^0} \right) = -\ln \left(\frac{\int_0^{\hat{E}} I^0(E) \cdot e^{-\int_0^l \mu^P(E,\eta) d\eta} dE}{\int_0^{\hat{E}} I^0(E) dE} \right) \quad (2.49)$$

Wird durch Ableiten der totalen Abschwächung nach dem Weg der lokale lineare Schwächungskoeffizient gebildet, so ist dieser nicht mehr konstant.

$$\mu^P(\eta) = \begin{cases} \frac{dR^P(\eta)}{d\eta} & : \eta > 0 \\ 0 & : \eta = 0 \end{cases} \quad (2.50)$$

Bei Verwendung eines polychromatischen Röntgenspektrums liegt somit kein linearer Zusammenhang zwischen totaler Abschwächung des Röntgenstrahls und dabei passierter Materialdicke vor. Dies lässt sich mit der Energieabhängigkeit des linearen Schwächungskoeffizienten erklären. Abbildung 2.3 zeigt, dass der Verlauf des Schwächungskoeffizienten in Bezug auf die Photonenenergie bis auf die Absorptionskanten streng monoton fallend ist. Das bedeutet, dass Photonen mit niedriger Energie bevorzugt absorbiert werden. Der relative Anteil niederenergetischer Photonen eines Röntgenstrahls wird somit beim Materialdurchtritt immer geringer. Damit verbunden ist eine Erhöhung der effektiven Energie E^{eff} des Röntgenstrahls. Man spricht hierbei auch von "Aufhärten" eines Spektrums, da nach dem Materialdurchtritt "härtere" Röntgenstrahlen bzw. hochenergetischere Photonen vorhanden sind.

Man spricht hierbei auch von einer Aufhärtung.

$$E^{\text{eff}} = \int_0^{\hat{E}} W(E) E \, dE \quad (2.51)$$

mit

$$W(E) = \frac{S(E)}{\int_0^{\hat{E}} S(E) \, dE} \quad (2.52)$$

Je höher die effektive Energie eines Röntgenstrahls ist, desto höher ist auch die Fähigkeit Material zu durchdringen. Der Wert für den Schwächungskoeffizienten sinkt mit zunehmender Materialdicke und nähert sich einem bestimmten Grenzwert. Letzterer wird erreicht, wenn die effektive Energie des Röntgenstrahls genau der Maximalenergie des Röntgenspektrums entspricht und somit monochromatisch ist. Trägt man die totale Abschwächung bei polychromatischer Röntgenstrahlung $R^P(\eta, E)$ gegen die durchstrahlte Materialdicke auf, erhält man im Vergleich zur totalen Abschwächung bei monochromatischer Röntgenstrahlung $R^m(\eta)$ einen nichtlinearen Verlauf (vgl. Abbildung 2.9).

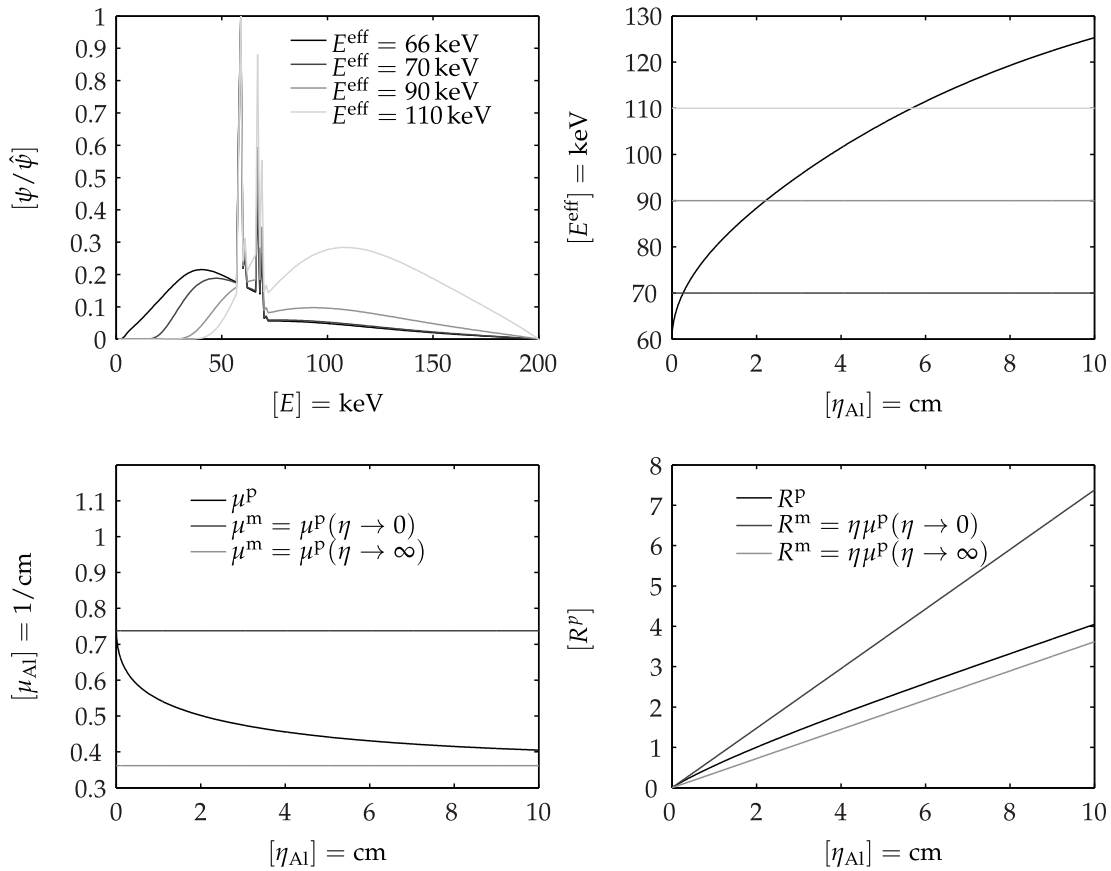


Abbildung 2.9: Oben links: Simuliertes Röntgenspektrum. Bei Materialdurchtritt (hier Aluminium) verändert sich das Röntgenspektrum nichtlinear. Die effektive Energie der Röntgenstrahlung steigt. Dargestellt ist der Verlauf des Röntgenspektrums bei verschiedenen effektiven Energien. Oben rechts: Änderung der effektiven Energie in Abhängigkeit von der durchstrahlten Materialdicke. Unten links: Änderung des linearen Schwächungskoeffizienten in Abhängigkeit von der durchstrahlten Materialdicke. Zusätzlich sind monochromatische Schwächungskoeffizienten für den Fall einer unendlich dünnen und einer unendlich dicken Materialschicht eingetragen (vgl. Gleichung (2.53)-(2.56)). Unten rechts: Änderung der totalen Abschwächung in Abhängigkeit von der durchstrahlten Materialdicke.

Es bestehen zwei Möglichkeiten zur Interpretation des Wertes des linearen Schwächungskoeffizienten für monochromatische Röntgenstrahlung: Variante eins ist, dem monochromatischen Schwächungskoeffizienten jenen Wert zuzuweisen, den der Schwächungskoeffizient für polychromatische Röntgenstrahlung nach Passieren einer sehr dünnen Schicht annimmt. In diesem Fall entspricht die Energie des monochromatischen Röntgenstrahls E^m der effektiven Energie der polychromatischen Röntgenstrahlung E^{peff} (vgl. Abbildung 2.9).

$$\mu^m = \mu^p(\eta \rightarrow 0) \quad (2.53)$$

$$E^m = E^{\text{peff}} \quad (2.54)$$

Die zweite Variante ist, dem monochromatischen Schwächungskoeffizienten jenen Wert zuzuweisen, den der Schwächungskoeffizient für polychromatische Röntgenstrahlung nach Passieren einer sehr dicken Schicht annimmt. Hierbei entspricht die Energie des monochromatischen Röntgenstrahls der kinetischen Energie der zur Röntgenstrahlenerzeugung verwendeten Elektronen E^{kin} (vgl. Abbildung 2.9).

$$\mu^m = \mu^p(\eta \rightarrow \infty) \quad (2.55)$$

$$E^m = \hat{E}^p = E^{\text{kin}} \quad (2.56)$$

Welche der beiden Varianten die exaktere Beschreibung darstellt, kann an dieser Stelle nicht abschließend geklärt werden. Schon in [62] wurde bemerkt, dass die Wahl eines monochromatischen Schwächungskoeffizienten völlig willkürlich ist. Dennoch wird für die weiteren Ausführungen die erste Variante bevorzugt, da sie dem monochromatischen Schwächungskoeffizienten denjenigen Wert zuweist, den er annehmen würde, wenn die Röntgenstrahlung die gleiche effektive Energie hat.

Durch den von der durchstrahlten Materialdicke abhängigen Schwächungskoeffizienten lassen sich die charakteristischen Strahlaufhärtingsartefakte in CT-Bildern erklären, welche sich durch inhomogene Grauwerte innerhalb eines homogenen Materials (Cupping, engl. cup = Schale), durch dunkle Streifen zwischen Objektbereichen mit erhöhter Absorption und verschleierte, verwachsenen Kanten auszeichnen.

Eine besondere Art von Strahlaufhärtingsartefakten sind Metallartefakte. Das sind mehr oder weniger sternförmige Bildstörungen, die eine Bildauswertung über einen großen Bildbereich erschweren oder unmöglich machen. Hervorgerufen werden diese Artefakte durch eine zu niedrige Energie der verwendeten Röntgenstrahlung. Dadurch können bestimmte Objektbereiche teilweise nicht vollständig durchdrungen und somit auch keine Objekteigenschaft in Form einer Röntgenabschwächung nachgewiesen werden. In der Literatur spricht man hierbei auch von einem "missing data problem". Einen guten Überblick über Metallartefakte und Korrekturmöglichkeiten liefern u. a. [28, 61, 71, 76, 77]. Das in dieser Arbeit vorgestellte Verfahren zur Artefaktkorrektur basiert auf der Annahme der vollständigen Durchstrahlbarkeit des Messobjekts und ist somit für die Reduktion oder gar Korrektur von Metallartefakten nicht geeignet.

2.5.2 Streustrahlungsartefakte

Wie bereits in Kapitel 2.2.2 *Streuung* beschrieben, tritt neben der Photoabsorption die Streuung als Wechselwirkungseffekt auf. Genau wie der Photoeffekt ist die Auftrittswahrscheinlichkeit für eine Streuung abhängig von der Photonenenergie und vom streuenden Material (vgl. Abbildung 2.3). Mit zunehmender Energie wird eine Streuung wahrscheinlicher. Beispielsweise dominiert bei Aluminium der Comptoneffekt bereits ab einer Photonenenergie von 50 keV. Der Streuprozess als solcher kann innerhalb und auch außerhalb des Messobjekts z. B. an inneren Aufbauten des CT-Systems erfolgen. Ein gestreutes Photon wird vom Primärstrahl abgelenkt und kann entweder den Detektor treffen oder – sofern die Energie ausreichend ist – in Form von Mehrfachstreuungen weiter wechselwirken. Durch die Richtungsänderung des Photons bei der Wechselwirkung wird die Annahme verletzt, dass die Ausbreitung des Photons geradlinig von der Quelle zum Detektor erfolgt. Das Photon wird daher fälschlicherweise als zur Bildgebung beitragend registriert. Durch Mehrfachstreuung kann es unter Umständen vorkommen, dass sich ein Photon nach der Wechselwirkung wieder exakt auf der ursprünglichen Projektionsgeraden bewegt und im Detektor registriert wird. Zusätzlich müssen noch die Wechselwirkungen der Sekundärteilchen berücksichtigt werden, die – sofern der Energieübertrag durch das eintreffende Photon hoch genug ist – wiederum Röntgenstrahlung erzeugen können. Ausgehend von Gleichung (2.23) kann diese wie folgt präzisiert werden:

$$\begin{aligned}
 I = & \prod_i G_i \int_0^{\hat{E}} Q(E) \int_0^{\hat{A}} \int_0^t \Psi + \\
 & \int_0^{\Omega_F} \Psi^{\text{koh}} + \Psi^{\text{inkoh}} + \Psi^{\text{pp}} d\Omega + \\
 & \int_{\Omega_F}^{4\pi} \Psi^{\text{koh}} + \Psi^{\text{inkoh}} + \Psi^{\text{pp}} d\Omega dt dA dE
 \end{aligned} \tag{2.57}$$

Durch diese Effekte wird neben der Nichtlinearität aufgrund polychromatischer Röntgenstrahlung eine zusätzliche Nichtlinearität erzeugt. Im Gegensatz zur reinen Strahlauvhärtung nimmt diese mit zunehmender Materialdicke zunächst zu. Bei weiter steigender Materialdicke wird allerdings die Eigenfilterung des Objekts die Streustrahlanteile teilweise wieder herausfiltern. Bei niedrigen Durchstrahlungsdicken ist die Streustrahlung vernachlässigbar. Durch sogenannte Kollimatoren wird versucht, den Raumwinkel Ω zu verkleinern und somit

die entsprechenden Streustrahlanteile herauszufiltern. Nachteil ist hierbei der Verlust an Detektorfläche aufgrund der endlichen Wandstärke des Kollimators und somit auch eine Reduktion der eigentlichen Messgröße. Streustrahlung wirkt sich auf das CT-Bild kontrastmindernd aus (vgl. Kapitel 2.6 *Bewertungskriterien*) und erzeugt ähnliche Artefakte wie die Strahlaufhärtung. Neben Cupping treten unter anderem dunkle Streifen und vor allem Inhomogenitäten innerhalb und außerhalb des Objekts im CT Bild auf, die zu verwaschenen Kantenübergängen führen.

2.6 Bewertungskriterien

Mit der Definition von Bewertungskriterien wird versucht, durch die Auswertung eines bestimmten Bildmerkmals Maßzahlen für die Bildgüte abzuleiten. Bewertungskriterien können entweder auf ein gesamtes Bild B oder nur eine bestimmte Bildregion angewandt werden. Auf diese Weise kann das Verhalten von verschiedenen, einem bestimmten Material zugeordneten Bildregionen untersucht und eine materialspezifische Maßzahl bestimmt werden. Als Bildmerkmal wird hier ausschließlich der Grauwert bzw. der lineare Schwächungskoeffizient des einzelnen Voxels herangezogen.

Der Kontrast eines Bildes wird bestimmt über die Differenz zweier benachbarter Bildpunkte oder -regionen [38]. Es existieren verschiedene Möglichkeiten zur Angabe eines Kontrasts. Dabei sei auf die einschlägige Fachliteratur verwiesen (z. B. [7, 31, 38]). Im Rahmen dieser Arbeit wird die Definition nach Michelson in leicht modifizierter Form verwendet. Das Bildgütemaß C_K sei dann wie folgt als der Kontrast zwischen den Bildregionen B_1 und B_2 definiert:

$$C_K = \frac{|\bar{B}_1 - \bar{B}_2|}{\hat{\bar{B}}} \quad (2.58)$$

mit

$$\bar{B} = \frac{1}{N_V} \sum_{i=1}^{N_V} B(i) \quad (2.59)$$

und

$$\hat{\bar{B}} = \hat{B} - \check{B} \quad (2.60)$$

Mit \hat{B} und \check{B} seien das Maximum und das Minimum des zu untersuchenden Bildes verstanden. Die Verwendung dieses Maßes ist immer dann möglich, wenn der Wertebereich des zu bestimmenden Signals bzw. Bildes einen unteren Wert von Null aufweist und hat den Vorteil, dass die Maßzahl zwischen Null und Eins liegt.

Als Rauschmaß weit verbreitet ist die Angabe eines SNR (engl. Abk., signal to noise ratio = Signal-Rausch-Verhältnis) in Form eines Quotienten aus einem Mittelwert als Signalgröße und der Standardabweichung bzw. Varianz als Rauschgröße. Es gilt

$$\text{SNR}_B = \frac{\bar{B}}{\sqrt{\sigma_B}} \quad (2.61)$$

mit

$$\sigma_B = \frac{1}{N_V} \sum_{i=1}^{N_V} (B_i - \bar{B})^2 \quad (2.62)$$

Die Verwendung des arithmetischen Mittelwerts zur Beschreibung des Signals hat allerdings den Nachteil, dass der Rauschwert je nach Lage im Bild verschieden ist. Des Weiteren kann es Bildbereiche geben, die, obwohl dies physikalisch inkorrekt ist, negative Werte bzw. Mittelwerte aufweisen, sodass ein negativer Rauschwert entsteht. Letztendlich ist das Rauschmaß auch nicht auf ein bestimmtes Intervall begrenzt und erschwert so die Vergleichbarkeit zwischen unterschiedlichen Bilddaten. Aus diesen Gründen ist das SNR zur Auswertung von Bildern mit unterschiedlichen Bildbereichen ungeeignet. Angelehnt an [52] wird hier ein alternatives Rauschmaß verwendet. Als Rauschmaß C_R für das gesamte Bild werden die Einzelvarianzen der verschiedenen Bildregionen aufaddiert:

$$C_R = \sum_{i=1}^{N_M} \sigma_i \quad (2.63)$$

In diesem Ausdruck wird allerdings noch nicht die für jede Bildregion unterschiedliche Anzahl an zugewiesenen Bildelementen berücksichtigt. Des Weiteren ist das Maß noch abhängig von den absoluten Werten der Bildelemente. Daher wird Gleichung (2.63) mit der relativen Anzahl an zugewiesenen Voxeln gewichtet und durch Multiplikation mit dem Faktor $4/\hat{B}^2$ auf das Intervall $[0,1]$ begrenzt. Für das Rauschmaß C_R gilt dann:

$$C_R = \begin{cases} 4 \sum_{i=1}^{N_M} \frac{N_{Vi}}{N_V} \frac{\sigma_{Bi}}{\hat{B}^2}, & \hat{B} \neq 0 \\ 0, & \hat{B} = 0 \end{cases} \quad (2.64)$$

Dabei sei ergänzt, dass das Verwenden einer ROI zur Bestimmung eines Rauschwerts innerhalb eines Bildes den Nachteil hat, dass die einzelnen Werte der ROI keine unabhängigen Beobachtungen bzw. Messungen darstellen. Exakt ist nur die Auswertung mehrerer Messungen des gleichen Objekts unter den gleichen Bedingungen am selben Ort. Dies ist jedoch aufgrund der aufwendigen CT-Messungen nicht ohne weiteres möglich und muss daher in dieser Arbeit vernachlässigt werden.

Eng verwandt mit dem Rauschen ist die Homogenität. Diese verhält sich im Prinzip entgegengesetzt zur Varianz der Bildelemente. Je mehr Bildartefakte oder Rauschen vorliegen, desto größer ist die Varianz der Bildelemente in

einer Bildregion und desto inhomogener ist diese. Der wesentliche Unterschied zwischen dem Rauschmaß in Gleichung (2.64) und dem Maß für die Homogenität in Gleichung (2.65) ist die unterschiedliche Normierung. Das Rauschen bezieht sich immer auf den gesamten zur Verfügung stehenden Wertebereich der Bildelemente, während die Homogenität den tatsächlich in der Bildregion vorkommenden Wertebereich berücksichtigt.

$$C_H = \sum_{i=1}^{N_M} \begin{cases} \left(1 - 4 \frac{\sigma_{B_i}}{\hat{B}_i^2}\right) \frac{N_{V_i}}{N_V}, & \hat{B}_i \neq 0 \\ 0, & \hat{B}_i = 0 \end{cases} \quad (2.65)$$

Ein weiteres Maß zur Bestimmung der Ähnlichkeit zweier Bildregionen ist der Korrelationskoeffizient. Zwei wichtige Voraussetzungen für die Verwendung des Korrelationskoeffizienten sind Linearität und Normalverteilung der zu vergleichenden Daten. Beides kann hier nicht gewährleistet werden. Um dennoch einen Korrelationskoeffizienten angeben zu können, werden die Daten zunächst rangtransformiert. Im Wesentlichen werden die Daten dabei der Größe nach geordnet und die Position bzw. Rang innerhalb der sortierten Daten zurückgegeben.

$$B^{\mathfrak{T}} = \mathfrak{T}(B) \quad (2.66)$$

Unter Verwendung der Rangtransformation \mathfrak{T} kann der Korrelationskoeffizient nach Spearman [45, 74] verwendet und auf Linearität und Normalverteilung der zu vergleichenden Bildregionen verzichtet werden. Der das Ähnlichkeitsmaß C_{KK} ist dann definiert als:

$$C_{KK} = \frac{\frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} (B_{1i}^{\mathfrak{T}} - \bar{B}_1^{\mathfrak{T}}) (B_{2i}^{\mathfrak{T}} - \bar{B}_2^{\mathfrak{T}})}{\sqrt{\sigma_{B_1^{\mathfrak{T}}} \cdot \sigma_{B_2^{\mathfrak{T}}}}} \quad (2.67)$$

Kapitel 3

Artefaktkorrektur

3.1 Problemanalyse

Die industrielle CT wird zunehmend für die Untersuchung ganzer, bereits montierter Baugruppen verwendet, da das Messen aller relevanten Einzelteile wesentlich kostenintensiver ist und gewisse Fragestellungen nur auf diese Weise untersucht werden können. Sofern die Baugruppe aus mehreren Materialien besteht, welche zudem noch stark unterschiedliche Schwächungseigenschaften aufweisen können, ist in erster Linie mit den oben beschriebenen Strahlaufhärungsartefakten zu rechnen. Abbildung 3.1 zeigt den Verlauf der Abschwächung in Abhängigkeit von der effektiven Energie der Röntgenstrahlung für Kunststoff (Plexiglas), Aluminium, Kupfer und Zirkon-Oxid. Zusätzlich sind die Energie- und Abschwächungsbereiche eingetragen, die für eine Bildgebung mittels CT überhaupt in Frage kommen. Der Energiebereich ist durch die maximale Beschleunigungsspannung der Röntgenröhre begrenzt. Zudem sei erwähnt, dass ein ungefiltertes Röntgenspektrum mit einer maximalen Energie von $\hat{E} = 225 \text{ keV}$ eine effektive Energie von lediglich ca. $E^{\text{eff}} = 66 \text{ keV}$ hat. Das Spektrum muss also extrem gefiltert werden, um die erforderlichen hohen effektiven Energien zu erhalten. Für eine effektive Energie von $E^{\text{eff}} = 110 \text{ keV}$ sind bspw. ca 6 cm Aluminium als Vorfiltermaterial notwendig (vgl. Abbildung 2.9). Bei der Filterung geht allerdings über 99 % der Gesamtintensität verloren, was durch eine längere Belichtungszeit ausgeglichen werden muss. Die Abschwächung kann ebenfalls nicht beliebig hoch sein. Wie in Kapitel 2.3 *Detektion von Röntgenstrahlung* beschrieben, arbeiten Detektoren nur in einem bestimmten Bereich der Arbeitskennlinie linear. Die bereits beschriebene Vorgabe einer minimalen Transmission von 10 % entspricht einer maximalen Abschwächung von

$\hat{R} = -\ln(0,1) = 2,3$. Diese Vorgabe schränkt den zur Bildgebung nutzbaren Bereich bereits sehr stark ein. Erfahrungen haben gezeigt, dass auch bei einer minimalen Transmission von 1 % ($\hat{R} = -\ln(0,01) = 4,6$) sehr gute Ergebnisse erzielt werden können. In Abbildung 3.1 ist zu erkennen, dass die Schwächungseigenschaften der verschiedenen Materialien stark unterschiedlich sind. Bspw. ist bei 100 keV effektiver Energie Abschwächung von Kupfer über 20-mal höher als jene von Kunststoff.

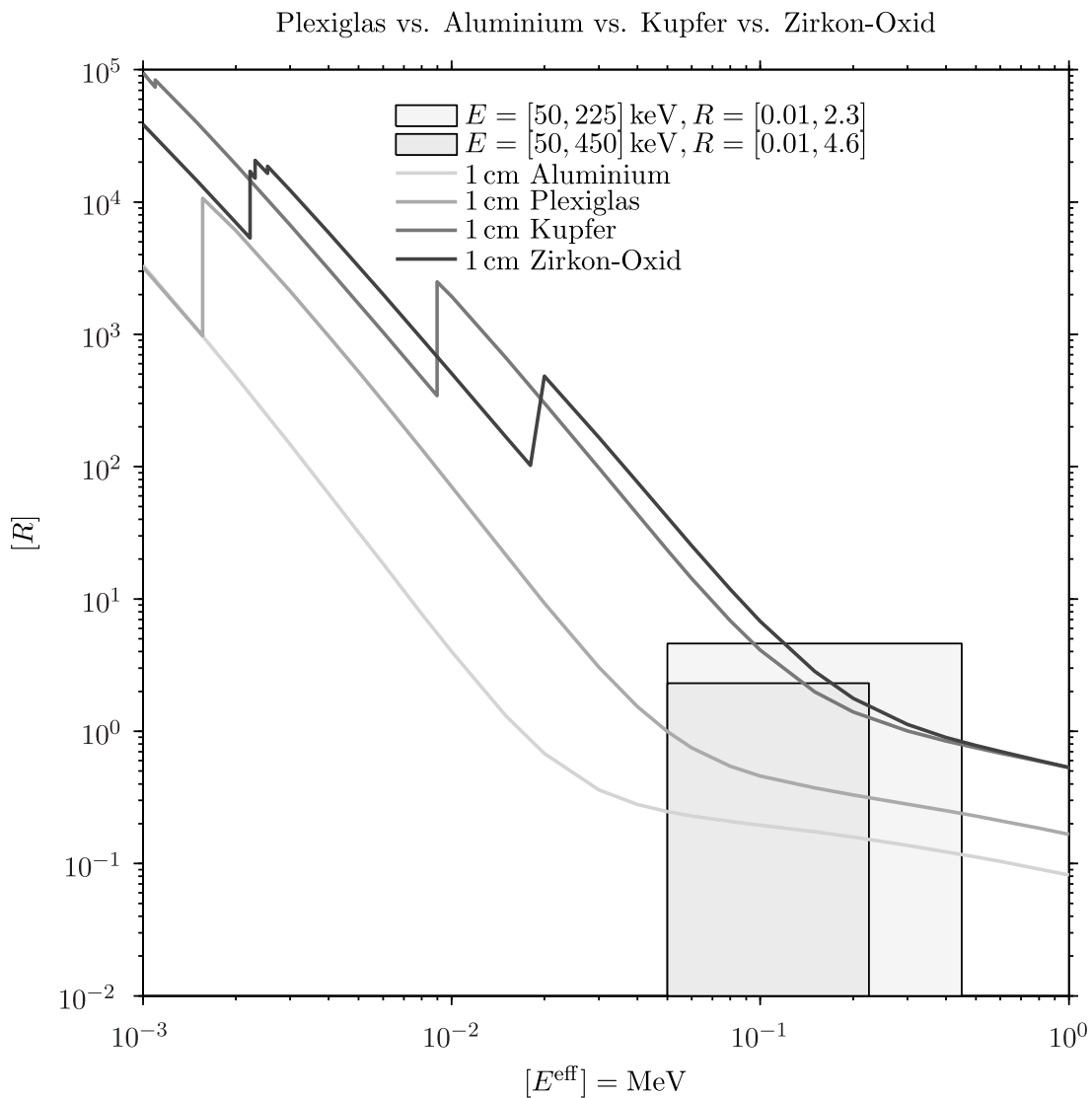


Abbildung 3.1: Abhängigkeit des linearen Schwächungskoeffizienten von der effektiven Energie des Röntgenspektrums für verschiedene Materialien (Plexiglas, Aluminium, Kupfer und Zirkon-Oxid). Zusätzlich ist der für die Bildgebung nutzbare Energie- und Abschwächungsbereich eingetragen. Bei Beachtung der minimalen Transmission aus [1] und einer effektiven Energie von 100keV ist die Messung von Kupfer und Zirkon-Oxid dieser Dicke nicht mehr möglich.

Klassische Prüfobjekte stellen z. B. montierte Baugruppen aus Kunststoffspritzguss mit Metallanteilen wie z. B. Achsen, Stifte, Federn, Ringe oder Scheiben dar. Beispiel hierfür ist der Stecker einer Steckverbindung. Des Weiteren sind Gießereiprodukte zu nennen, die sich aus mehreren metallischen Komponenten zusammensetzen. Hierzu zählen bspw. Aluminiumgussteile, die bereits mit Hülsen oder Laufbuchsen bestückt sind, wie sie in der Automobilindustrie verwendet werden. Als Beispiel sei hier ein Aluminium-Zylinderblock mit eingelassenen Ventillaufbuchsen oder Kolben mit Kolbenringen zu nennen. Bei diesen Prüfobjekten interessiert in vielen Fällen der Übergangsbereich zwischen den Materialien – doch gerade dieser ist durch die oben beschriebenen Artefakte nicht auswertbar.

Gemessen an der Ausbeute bietet eine Röntgenröhre die kostengünstigste und sicherste Möglichkeit, Röntgenstrahlung zu erzeugen. Deren emittiertes Spektrum ist allerdings polychromatisch. Die in der industriellen Prüfung mittels CT eingesetzten Detektoren sind i. d. R. Flachbilddetektoren, deren Elemente sich nicht einzeln kollimieren lassen. Da ein polychromatisches Spektrum vorliegt, müssten diese Detektoren einzelne Photonenenergien messen können, um den Einfluss von Artefakten im CT-Bild zu minimieren. Mit der zurzeit verfügbaren Detektorengeneration ist dies allerdings nicht möglich. Somit ist der Umstand, dass ein polychromatisches Spektrum vorliegt und dieses auch über alle Energien zu einem Messwert integriert wird, sowie der Umstand, dass die Detektorelemente nicht einzeln kollimiert werden können und eine Integration über einen großen Raumwinkel erfolgt, maßgeblich für die Artefaktbildung in CT-Bildern verantwortlich.

Da diese Umstände nicht vollständig beseitigt werden können, wird versucht, sie durch nachträgliche Datenaufbereitung zu reduzieren. Das in Kapitel 1.2 *Eigener Beitrag* formulierte Ziel der Arbeit kann somit konkretisiert werden: Ziel ist es, ein Verfahren zu finden, welches möglichst ohne Vorwissen über das während der Messung vorliegende Röntgenspektrum, die Detektoreffizienz oder die im Prüfling vorhandenen Materialien eine Korrektur von Artefakten im CT-Bild ermöglicht.

3.2 Bekannte Korrekturverfahren

3.2.1 Vorfilterung

Einer der ersten Ansätze zur Reduktion des Einflusses von Strahlauhfärtungsartefakten war die Verwendung von physikalischen Vorfiltern. Diese Filter können aus unterschiedlichen Materialien wie z. B. Aluminium, Kupfer oder Messing bestehen. Erste CT-Geräte waren teilweise mit Wasserbeuteln ausgestattet [55], um die Effekte der Strahlauhfärtung zu reduzieren. Vorfilter verändern das Röntgenspektrum dergestalt, dass die Menge der niederenergetischen Photonen drastisch reduziert wird. Da diese schwachen Photonen bereits durch sehr dünne Materialsichten absorbiert werden, liefern sie kaum einen Beitrag zur gemessenen geschwächten Intensität, wohl aber zur Ursprungsintensität $I_0(E)$. Auch hier spricht man von "Aufhärten" eines Spektrums (vgl. Kapitel 2.5.1 *Strahlauhfärtungsartefakte*). Allein durch diese schwachen Photonen wird ein großer Teil der Strahlauhfärtungsartefakte erzeugt. Durch Herausfiltern dieser Anteile wird ein annähernd monochromatisches Verhalten erreicht und die Artefakte erscheinen weniger ausgeprägt. Durch die Vorfilterung und der nun höheren effektiven Energie verringert sich der lineare Schwächungskoeffizient [57]. Abbildung 3.2 zeigt, wie sich die Verwendung eines Vorfilters auf ein CT-Bild auswirkt.

Diese Technik wird relativ häufig bei Messobjekten mit stark absorbierenden Materialien eingesetzt. Bei mehrmaterialigen Objekten mit sehr unterschiedlich schwächenden Materialkomponenten hingegen führt dieses Verfahren zu keiner wesentlichen Verbesserung der Ergebnisse. Im Gegenteil: Eine starke Vorfilterung kann unter Umständen dazu führen, dass schwach absorbierende aber relevante Objektdetails nicht mehr dargestellt werden, da der aufgehärtete Röntgenstrahl aufgrund der erhöhten effektiven Energie vom schwachen Absorber kaum noch geschwächt wird. Des Weiteren wird durch die physikalische Filterung die Anzahl der bildgebenden Photonen reduziert, was zu einer Verschlechterung des Signal-Rausch-Abstands bzw. zu einer Verlängerung der Messzeit führt.

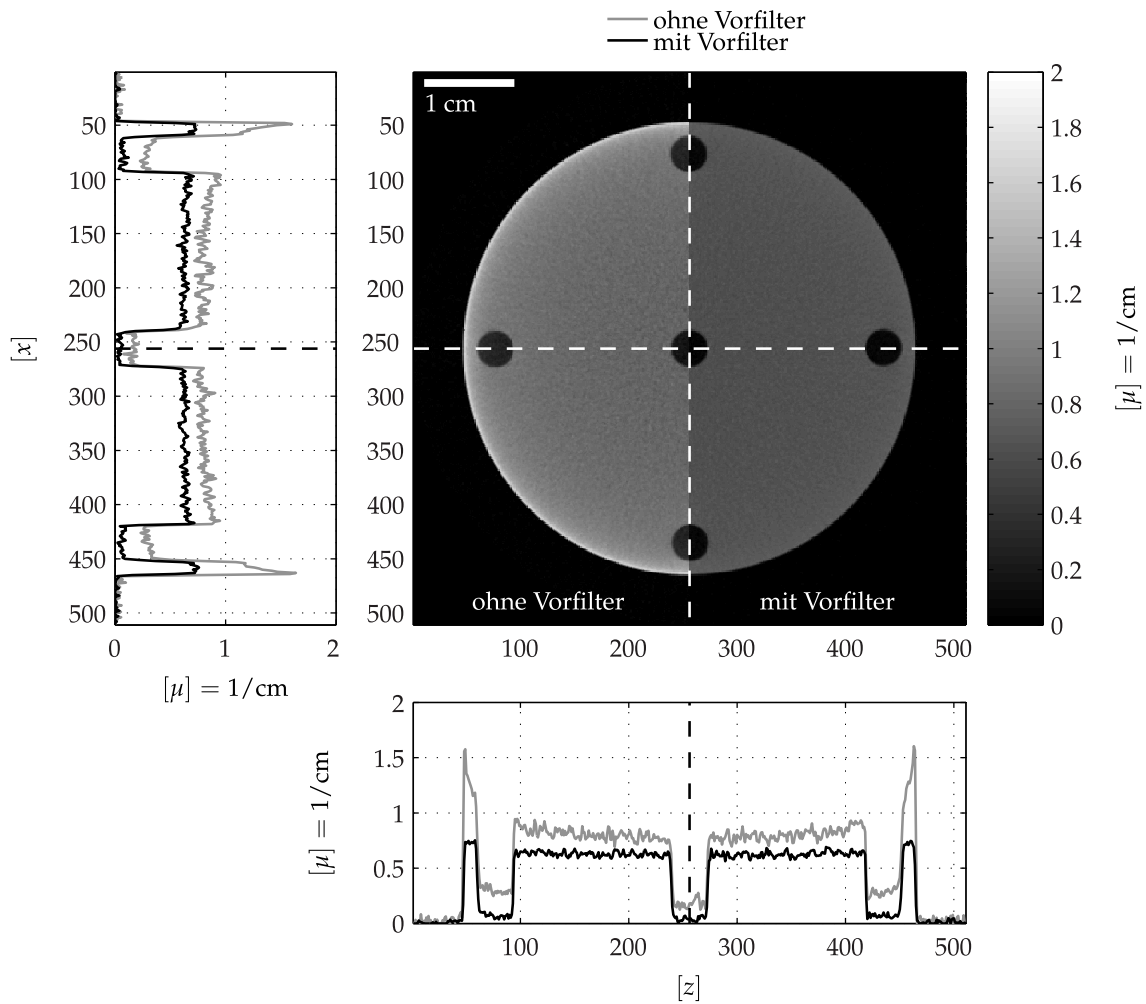


Abbildung 3.2: Auswirkung der Verwendung eines Vorfilters auf das simulierte CT-Bild eines tomographierten Testkörpers aus Aluminium (vgl. Abbildung A.9). Das CT-Bild in der Mitte der Abbildung ist zusammengesetzt aus den Hälften zweier CT-Bilder. Die linke Hälfte zeigt das CT-Bild ohne Verwendung eines Vorfilters, die rechte Hälfte zeigt das Ergebnis nach Anwendung eines Vorfilters aus 2 mm Kupfer. Anhand der Linienprofile ist ersichtlich, dass sich das Cupping-Artefakt deutlich verringert und sich der Wert des Schwächungskoeffizienten verringert.

3.2.2 Algorithmische Korrekturen

Algorithmische Korrekturen sind Verfahren, die auf der Basis von Modellannahmen die für die Artefaktbildung im CT-Bild verantwortlichen physikalischen Wechselwirkungseffekte abbilden und diese vor oder nach der Rekonstruktion des CT-Bildes korrigieren. Man bezeichnet diese Verfahren auch als vor- bzw. nachverarbeitend.

Ein vorverarbeitendes Verfahren stellt die sogenannte Linearisierungstechnik

dar. Dieses Verfahren, welches sich – rein physikalisch betrachtet – lediglich für die Korrektur einmaterialiger Objekte eignet, linearisiert das Verhältnis zwischen totaler Abschwächung R und durchstrahlter Materialdicke η dergestalt, dass die Abhängigkeit des linearen Schwächungskoeffizienten von der Photonenenergie vernachlässigt werden kann. Prinzipiell kann zwischen zwei Ansätzen unterschieden werden, wobei in beiden Fällen eine sogenannte Strahlaufhärtungskennlinie erstellt wird. Die einfachste Variante ist zunächst, jeder polychromatischen Abschwächung R^P eine monochromatische Abschwächung R^m mit der gleichen effektiven Energie E^{effp} eindeutig zuzuordnen. Demnach wird ein funktionaler Zusammenhang zwischen R^P und R^m gemäß Gleichung (3.1) gesucht, der in erster Näherung in Form eines Polynoms beschrieben werden kann (vgl. [27, 44, 50]).

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, R^P(E^{\text{effp}}) \rightarrow R^m \quad (3.1)$$

mit

$$E^{\text{effp}} = \int_0^{\hat{E}} W(E) dE = E^m \quad (3.2)$$

Aufgrund der nicht einfachen Handhabung monochromatischer Röntgenquellen ist die Messung von repräsentativen Werten für R^m äußerst aufwendig bzw. unmöglich. Daher mussten an dieser Stelle Simulationen genutzt werden, die den röntgenphysikalischen Aufnahmeprozess unter Zuhilfenahme von Vorwissen des genutzten Röntgenspektrums und der Eigenschaften der zu untersuchenden Materialien nachbilden.

Da für den Fall einer monochromatischen Röntgenquelle der Zusammenhang zwischen Abschwächung und durchstrahlter Materialdicke linear ist, kann letztere alternativ in Beziehung zu einer gemessenen polychromatischen Abschwächung bzw. Intensität gemäß Gleichung (2.48) bzw. (2.49) gesetzt werden [25, 39, 40, 54]. Demnach gilt:

$$f : \left\{ \begin{array}{l} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ \eta \rightarrow I^P(\eta) \end{array} \right\}. \quad (3.3)$$

Durch Invertierung von Gleichung (3.3) kann jeder gemessenen Intensität eine Materialdicke η zugeordnet werden. Es gilt

$$\eta = f^{-1}(I^P) \quad (3.4)$$

mit

$$f^{-1} : \left\{ \begin{array}{l} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ \eta \rightarrow I^P(\eta) \rightarrow \eta \end{array} \right\}. \quad (3.5)$$

Da in Gleichung (3.4) von Intensitäten auf Materialdicken abgebildet wird, ist eine Normierung auf einen bestimmten Wertebereich mit Hilfe eines Korrekturfaktors notwendig. Dieser Korrekturfaktor ist im einfachsten Fall gleich dem Reziprokwert der größten vorkommenden Materialdicke.

$$f^{-1} : \left\{ \begin{array}{l} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ \eta \rightarrow I^P(\eta) \rightarrow \eta / \hat{\eta} \end{array} \right\}. \quad (3.6)$$

Dadurch wird die zu bestimmende monochromatische Abschwächung auf einen Wert von 1 begrenzt. Dieses Vorgehen ist immer dann sinnvoll, wenn der exakte Wert für den jeweiligen Schwächungskoeffizienten im CT-Bild wie z. B. in der Materialprüfung nebensächlich ist. Für eine quantitative Auswertung ist die Normierung durch Multiplikation mit dem zu erwartenden linearen Schwächungskoeffizienten notwendig (vgl. Gleichung 2.53-2.56).

$$f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, I^P(\eta) \rightarrow \eta \mu^m \quad (3.7)$$

Auf diese Weise werden vor der eigentlichen Rekonstruktion alle gemessenen Intensitätswerte linearisiert. In der Praxis ist die Bestimmung von durchstrahlten Materialdicken wesentlich einfacher als die Messung monochromatischer Abschwächungen, weshalb sich diese Variante in der Praxis weitestgehend durchgesetzt hat. Erstmals erwähnt wurde sie durch Brooks und Di Chiro [6]. Hammersberg und Mangard zeigten, dass ein Polynom zur Approximation nicht immer geeignet ist, da es teilweise zu ungewollten Schwingungen und Instabilitäten neigt, und verwendeten stattdessen eine kubische Spline für die Funktionsapproximation [25]. Wie in [22] und [39] bereits erkannt, stellen diese Verfahren lediglich mathematische Approximationen dar, ohne die dabei ablaufenden physikalischen Prozesse zu beachten. In [39] wird daher die Verwendung einer Summe von Exponentialfunktionen zur Interpolation der polychromatischen Intensitäten vorgeschlagen. In [22] wird die Linearisierungstechnik auch für zwei-materialige Objekte genutzt. Hier allerdings mit der Vorgabe, dass es sich um annähernd zylindrische Objekte handelt, die ein stark absorbierendes äußeres Material enthalten. Zusätzlich werden hier auch Informationen über das verwendete Quellspektrum und die Detektoreffizienz benötigt.

Die für die Approximation notwendigen Wertepaare aus Intensitäts- bzw. Absorptionswert und Materialdicke werden über die Aufnahme eines Stufenkeils

gewonnen. Dabei muss zum Einen darauf geachtet werden, dass der Stufenkeil aus dem gleichen Material besteht wie das zu messende Objekt und zum Anderen, dass der Stufenkeil für jede Messung mit veränderten Aufnahmeparametern wie z. B. Röhrenspannung, -strom, Vergrößerung, etc. erneut gemessen werden muss, sofern noch keine Messdaten für diese Parameterkombination vorliegen. Insbesondere die erste Bedingung ist in der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung nicht erfüllbar, da Informationen über die Zusammensetzung eines Objekts nicht immer verfügbar sind.

Diese Nachteile können durch die Verwendung von nachverarbeitenden Verfahren, die auf Grundlage des bereits rekonstruierten CT-Bildes arbeiten, teilweise kompensiert werden. Nach der ersten Rekonstruktion erfolgt eine Segmentierung in verschiedene Materialien. Diese Information wird als Grundlage dazu genutzt, mittels einer Reprojektion anhand eines bestimmten Modells eine Korrektur durchzuführen. Der Vorgang der Reprojektion eines CT-Bildes wird gemeinhin auch als Raysumming oder Raytracing und die mittels Reprojektion erhaltenen Reprojektionswerte werden auch als Strahlsummen (engl. ray sum) bezeichnet (vgl. [14, 78]). Aus der Literatur sind diverse Ansätze und Modelle bekannt (vgl. bspw. [11, 17, 20, 30, 32–34, 51, 53, 55, 59, 62]). Ein einfaches Modell ist bspw. Folgendes: Eine korrigierte Intensität $I_c(E, \eta)$ berechnet sich aus der Summe einer unkorrigierten Intensität $I_u(E, \eta)$ und einem additiven Korrekturterm $\Delta I(E, \eta)$.

$$I^k(E, \eta) = I^u(E, \eta) + \Delta I(E, \eta) \quad (3.8)$$

Es gilt nun den Korrekturterm in geeigneter Weise abzuschätzen, der prinzipiell der Differenz aus Gleichung (2.11) und (2.48) entspricht:

$$\Delta I(E, \eta) = I^0 \cdot e^{-\mu \eta} - \int_0^{\hat{E}} I_0(E) e^{-\int_0^l \mu(E, \eta) d\eta} dE. \quad (3.9)$$

Da der lineare Schwächungskoeffizient als zu bestimmende Größe i. d. R. unbekannt ist, wird dieser in ein Produkt aus dem energieabhängigen Massenschwächungskoeffizient und der ortsabhängigen Dichte zerlegt. Es gilt:

$$\mu(E, \eta) = \left(\frac{\mu}{\rho} \right) (E) \rho(\eta) \quad (3.10)$$

Damit ergibt sich für Gleichung (3.9) folgender Zusammenhang:

$$\Delta I(E, \eta) = I^0 \cdot e^{-\left(\frac{\mu}{\rho} \right) (E) \rho(\eta) \eta} - \int_0^{\hat{E}} I_0(E) \cdot e^{-\int_0^l \left(\frac{\mu}{\rho} \right) (E) \rho(\eta) d\eta} dE \quad (3.11)$$

Sofern Kenntnisse über die vorkommenden Materialien, das verwendete Röntgenspektrum und die Effizienz des Röntgendetektors vorliegen, kann mit Hilfe der Reprojektionen ein artefaktreduziertes CT-Bild rekonstruiert werden. Diese Schritte können so lange wiederholt werden, bis ein bestimmtes Konvergenzkriterium erfüllt ist. Erste Arbeiten zu diesen Verfahren verfassten durch Joseph und Spital [34] sowie Nalcioglou und Lou [59] hauptsächlich dadurch motiviert, dass die Hersteller medizinischer Computertomographen den Zugang zu den gemessenen Intensitätswerten zunehmend erschwerten. All diesen Verfahren ist gemein, dass neben Vorwissen über Quellspektrum und Detektoreffizienz auch bekannt sein muss, welche Materialien sich im Strahlengang befinden.

Eine Sonderrolle stellt die Arbeit von Kasperl [39] dar, welche vor- und nachverarbeitende Verfahren kombiniert. Prinzipiell handelt es sich bei diesem Verfahren weiterhin um eine Linearisierung. Allerdings werden hier die für die Bestimmung der Linearisierungskennlinie notwendigen Wertepaare nicht durch einen Stufenkeil, sondern durch die Reprojektion eines segmentierten rekonstruierten CT-Bildes gewonnen. Dadurch kann auf die teilweise aufwendige Fertigung eines Stufenkeils und dessen zeitintensive Referenzmessung verzichtet werden. Dies wiederum ermöglicht die Erschließung neuer Anwendungsgebiete wie z. B. der Neutronentomographie [42].

Nachteil der nachverarbeitenden Verfahren ist der Umstand, dass immer mindestens eine Rekonstruktion mit den originalen Projektionsdaten notwendig ist. Je nach Auflösung kann dieser Schritt einen nicht unerheblichen Rechenaufwand bedeuten. Des Weiteren ist i. d. R. die Kenntnis über das zu erwartende Energiespektrum und eine gewisse Materialkenntnis notwendig.

3.3 Voruntersuchungen

Ziel der Voruntersuchungen ist es, Ansätze und Grundlagen zur Korrektur von Nichtlinearitäten unter den oben beschriebenen Voraussetzungen zu finden. Zur Erarbeitung der Grundlagen wurde u. a. das analytische Röntgensimulationswerkzeug Scorpius Xlab[®] eingesetzt.

3.3.1 Materialverteilungen in heterogenen Prüfobjekten

Ein Prüfobjekt O besteht aus mindestens einem Material M . Die Anzahl der im Prüfobjekt vorkommenden Materialien wird mit $N_M \geq 1$ und die Menge aller im Objekt enthaltenen Materialien als $\mathbb{M}_M := \{M | M \in O\}$ bezeichnet. Während der Datenaufnahme einer CT Messung wird eine Vielzahl von Abschwächungswerten gemessen. Neben Luft durchquert ein Röntgenstrahl diverse Materialien je nach deren Verteilung im Objekt, die zur Schwächung des Strahls beitragen. Die Anzahl der auf einem Strahl durch das Messobjekt liegenden Materialien sei mit N_{MS} und die Menge mit $\mathbb{M}_{MS} := \{M | M \in \mathbb{M}_M\}$ bezeichnet. Dabei gibt es verschiedene Kombinationsmöglichkeiten K zu beachten. Für die Kombination von N_{MS} Materialien entlang eines Strahls durch ein Objekt mit N_M Materialien existieren maximal \hat{N}_K Kombinationsmöglichkeiten. Es gilt:

$$\hat{N}_K = \binom{N_M}{N_{MS}} \quad (3.12)$$

Die Menge aller Möglichkeiten zur Kombination von N_{MS} Materialien wird mit $\hat{\mathbb{M}}_K$ bezeichnet. Die Gesamtzahl \hat{N}_{KM} an Möglichkeiten zur Kombination von N_M Materialien entlang eines Strahls ergibt sich zu:

$$\hat{N}_{KM} = \sum_{i=0}^{N_{MS}} \hat{N}_{Ki} \quad (3.13)$$

$$= \sum_{i=0}^{N_{MS}} \binom{N_M}{i} \quad (3.14)$$

$$= 2^{N_M}. \quad (3.15)$$

Die Werte für \hat{N}_K folgen einer bekannten Darstellung der Binomialkoeffizienten – dem Pascal'schen Dreieck. Tabelle 3.1 zeigt das Pascal'sche Dreieck und den Bezug zu den Kombinationsmöglichkeiten von Materialien entlang eines Strahls.

| N_M | N_{MS} | | | | | | | | \hat{N}_{KM} |
|-------|----------|---|----|----|----|----|---|---|----------------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | |
| 0 | 1 | | | | | | | | 1 |
| 1 | 1 | 1 | | | | | | | 2 |
| 2 | 1 | 2 | 1 | | | | | | 4 |
| 3 | 1 | 3 | 3 | 1 | | | | | 8 |
| 4 | 1 | 4 | 6 | 4 | 1 | | | | 16 |
| 5 | 1 | 5 | 10 | 10 | 5 | 1 | | | 32 |
| 6 | 1 | 6 | 15 | 20 | 15 | 6 | 1 | | 64 |
| 7 | 1 | 7 | 21 | 35 | 35 | 21 | 7 | 1 | 128 |

Tabelle 3.1: Pascal'sches Dreieck und Bezug zur Verteilung von Materialien entlang eines Röntgenstrahls (N_M = Anzahl Materialien im Objekt; N_{MS} = Anzahl Materialien auf einem Strahl durch das Objekt; \hat{N}_{KM} = Gesamtzahl an Möglichkeiten zur Kombination von N_M Materialien entlang eines Strahls).

Aus dem Pascal'schen Dreieck lässt sich ablesen, wie viele Kombinationsmöglichkeiten \hat{N}_K es maximal bei einer bestimmten Gesamtanzahl an möglichen Materialien N_M für das Auftreten einer bestimmten Anzahl an tatsächlich im betrachteten Strahl vorhandenen Materialien N_{MS} gibt. Bspw. gibt es für den Fall, dass sich entlang eines Röntgenstrahls durch ein Messobjekt bestehend aus $N_M = 4$ Materialien exakt $N_{MS} = 2$ Materialien befinden, $\hat{N}_K = 6$ Kombinationsmöglichkeiten.

Aus diesen Kenntnissen lässt sich eine Nomenklatur für die Kurzbezeichnung von Prüfobjekten ableiten. Ausgehend von der Anzahl der im Objekt vorhandenen Materialien N_M wird die jeweils entsprechende Zeile des Pascal'schen Dreiecks verwendet. In der Nomenklatur beschreiben die einzelnen Einträge allerdings nicht mehr die Anzahl der maximal möglichen Kombinationen \hat{N}_K , sondern die Anzahl der tatsächlich Vorhandenen N_K . Die Menge der tatsächlich vorhandenen Materialkombinationen wird mit \mathbb{M}_K bezeichnet. Die Kurzbezeichnung lautet dann:

$$[N_{K0}:N_{K1}:\dots:N_{KN_M}]. \quad (3.16)$$

Die Anzahl aller gemessenen Abschwächungswerte, die einer bestimmten Materialkombination zugeordnet werden können, wird als N_{PK} und die dazugehörige

Menge aller Werte als \mathbb{M}_{PK} bezeichnet. Es gilt:

$$N_P = \sum_{i=0}^{\hat{N}_{KM}} N_{PKi} \quad (3.17)$$

Tabelle 3.3 zeigt dazu ein paar Beispiele für mögliche Objekte aus zwei Materialien und den Versuch zur Darstellung der Materialverteilung im Menschen. Die Kurzbeschreibung eines Objekts mit Hilfe dieser Nomenklatur ist auch abhängig von der verwendeten Aufnahmegeometrie. So ist z. B. die Messung eines Körpers bestehend aus $N_M = 3$ Materialien mit der Kurzbezeichnung $[1:3:0:0]$ analog zu dem ersten Beispiel in Tabelle 3.3 nur dann möglich, wenn diese in Parallel- oder Fächerstrahlgeometrie erfolgt. Des Weiteren deutet z. B. $N_{K0} = 0$ auf eine ROI-CT Aufnahme hin.

In der Praxis sind Objekte, deren Materialien ausschließlich einzeln oder ausschließlich alle gleichzeitig durchstrahlt werden, sehr selten. Der Großteil der Prüfobjekte besteht aus mindestens einem äußeren und einem oder mehreren innen liegenden Materialien. Sehr häufig sind $[1:1:1]$ oder $[1:2:1]$ Objekte wie z. B. Steckverbindungen, zusammengesetzte Baugruppen, Gussteile, etc. Dabei kann die Anzahl der messbaren Abschwächungswerte für die verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten N_{PK} stark unterschiedlich und auch sehr klein sein, da sie vom Volumen der einzelnen Materialien im Objekt abhängt. Bei Steckverbindern bspw. ist der Volumenanteil der Metallpins i. d. R. sehr klein im Vergleich zur umgebenden Struktur aus Kunststoff. Tabelle 3.2 zeigt typische Kennzahlen für einen Steckverbinder der Kategorie $[1:1:1]$ aus zwei Materialien.

| N_{MS} | Maximalwerte | | Realwerte | | |
|----------|--------------|----------------|-----------|----------------|----------------|
| | \hat{N}_K | \mathbb{M}_K | N_K | \mathbb{M}_K | N_{PK}/N_P |
| 0 | 1 | $\{\}$ | 1 | $\{\}$ | $\approx 20\%$ |
| 1 | 2 | $\{A,B\}$ | 1 | $\{A\}$ | $\approx 75\%$ |
| 2 | 1 | $\{AB\}$ | 1 | $\{AB\}$ | $\approx 5\%$ |

Tabelle 3.2: Kennzahlen für einen Steckverbinder aus zwei Materialien. Erste Spalte: Anzahl an Materialien entlang eines Strahls; Zweite Spalte: Maximale Anzahl an Möglichkeiten zur Kombination der Anzahl an Materialien entlang eines Strahls aus der ersten Spalte; Dritte Spalte: Menge der Möglichkeiten zur Kombination der Anzahl an Materialien entlang eines Strahls; Vierte Spalte: Tatsächliche Anzahl an vorkommenden Möglichkeiten zur Kombination von Materialien entlang eines Strahls; Letzte Spalte: Anteil der tatsächlich vorkommenden Messwerte zur Kombination der entsprechenden Anzahl von Materialien entlang eines Strahls an der Gesamtanzahl an Messwerten während der CT-Messung.

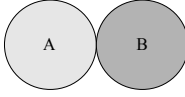
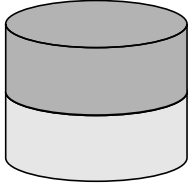
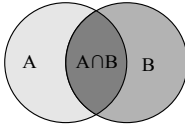
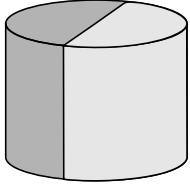
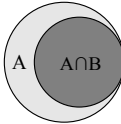
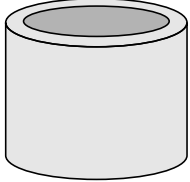
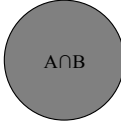
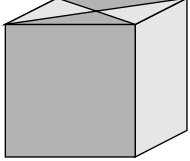
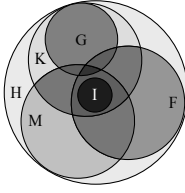
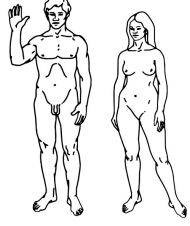
| Kurzbezeichnung und Beschreibung | Mengendiagramm | Beispielobjekt |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Kurzbezeichnung [1:2:0]</p> <p>Material A und Material B liegen nur getrennt voneinander vor. Eine Realisierung ist nur in Parallel- und Fächerstrahlgeometrie möglich.</p> |  |  |
| <p>Kurzbezeichnung [1:2:1]</p> <p>Material A und Material B liegen sowohl getrennt als auch voneinander abhängig vor.</p> |  |  |
| <p>Kurzbezeichnung [1:1:1]</p> <p>Material B liegt nur in Abhängigkeit von Material A vor, da Material B vollständig von Material A umschlossen ist.</p> |  |  |
| <p>Kurzbezeichnung [1:0:1]</p> <p>Material A und Material B liegen nur voneinander abhängig vor.</p> |  |  |
| <p>Kurzbezeichnung [1:1:3:4:3:2:0]</p> <p>Versuch zur Interpretation der Zusammensetzung des menschlichen Körpers. Durch die Einschränkung, dass Haut (H) alle anderen Gewebsarten umschließt, Knochen (K) zusätzlich das Gehirn (G) umschließt und das Implantat (I) von Fett (F), Muskel (M), Haut und Knochen umschlossen wird, reduziert sich die Anzahl der möglichen Kombinationen von 128 auf 14. Es gibt keinen Röntgenstrahl, der alle Materialien nacheinander durchdringt.</p> |  |  |

Tabelle 3.3: Mögliche Kombinationen von Materialien in einem Prüfobjekt. Die mittlere Spalte zeigt das Mengendiagramm, die rechte Spalte zeigt einen möglichen Beispielkörper.

3.3.2 Linearisierungstechnik bei mehreren Materialien

Prinzipiell lässt sich die Linearisierungstechnik auch für mehrmaterialige Objekte anwenden. Dieses Vorgehen wird seit Jahren in der medizinischen Bildgebung als sogenannte Vorlinearisierung eingesetzt [20]. Da der medizinische Prüfkörper i. d. R. einen sehr hohen Wasseranteil (70 %) besitzt, kann eine Kennlinie, die auf das Schwächungsverhalten von Wasser normiert ist, zur Linearisierung genutzt werden. Dadurch werden Strahlaufhärtungsartefakte in den wasseräquivalenten Geweben signifikant reduziert. Durch die Gleichbehandlung aller Abschwächungswerte unabhängig von deren wahren Material- bzw. Gewebetyp werden allerdings Artefakte in den von Wasser unterschiedlichen Bereichen teilweise enorm verstärkt. Das uneingeschränkte Anwenden einer Linearisierung auf mehrmaterialige Objekte ist zwar möglich – eine Interpretation der Ergebnisse wird dadurch allerdings erschwert.

Im Gegensatz zur medizinischen treten in der industriellen CT noch ausgeprägtere Unterschiede bezüglich der Schwächungseigenschaften der unterschiedlichen Materialien auf. Erfahrungswerte haben gezeigt, dass eine Vorlinearisierung immer dann sinnvoll sein kann, wenn ein ähnliches Materialverhältnis wie im menschlichen Körper vorliegt – ca. 70 % Volumenanteil werden von einem oder mehreren anderen Materialien belegt – der Rest von einem anderen. Für diesen Fall kann eine Kennlinie für das häufiger auftretende Material erstellt werden. Je nach Fragestellung lassen sich die Bilddaten signifikant verbessern. Diese verbesserten Bilddaten können auch Ausgangspunkt für weitere Korrekturschritte sein.

Abbildung 3.3 zeigt ein zweigeteiltes Schnittbild durch den Testkörper TKR01 in der Konfiguration FE0_PE0 (vgl. Tabelle 4.1 und Abbildung A.9). Die linke Seite zeigt das CT-Bild unverändert, während rechts das CT-Bild aus nach [39] linearisierten Messdaten dargestellt ist. In den Linienprofilen ist die Reduktion des Cupping deutlich zu erkennen. Den Eindruck aus Abbildung 3.3 bestätigt auch die Auswertung des Bildgüteparameters Homogenität in Tabelle 3.4.

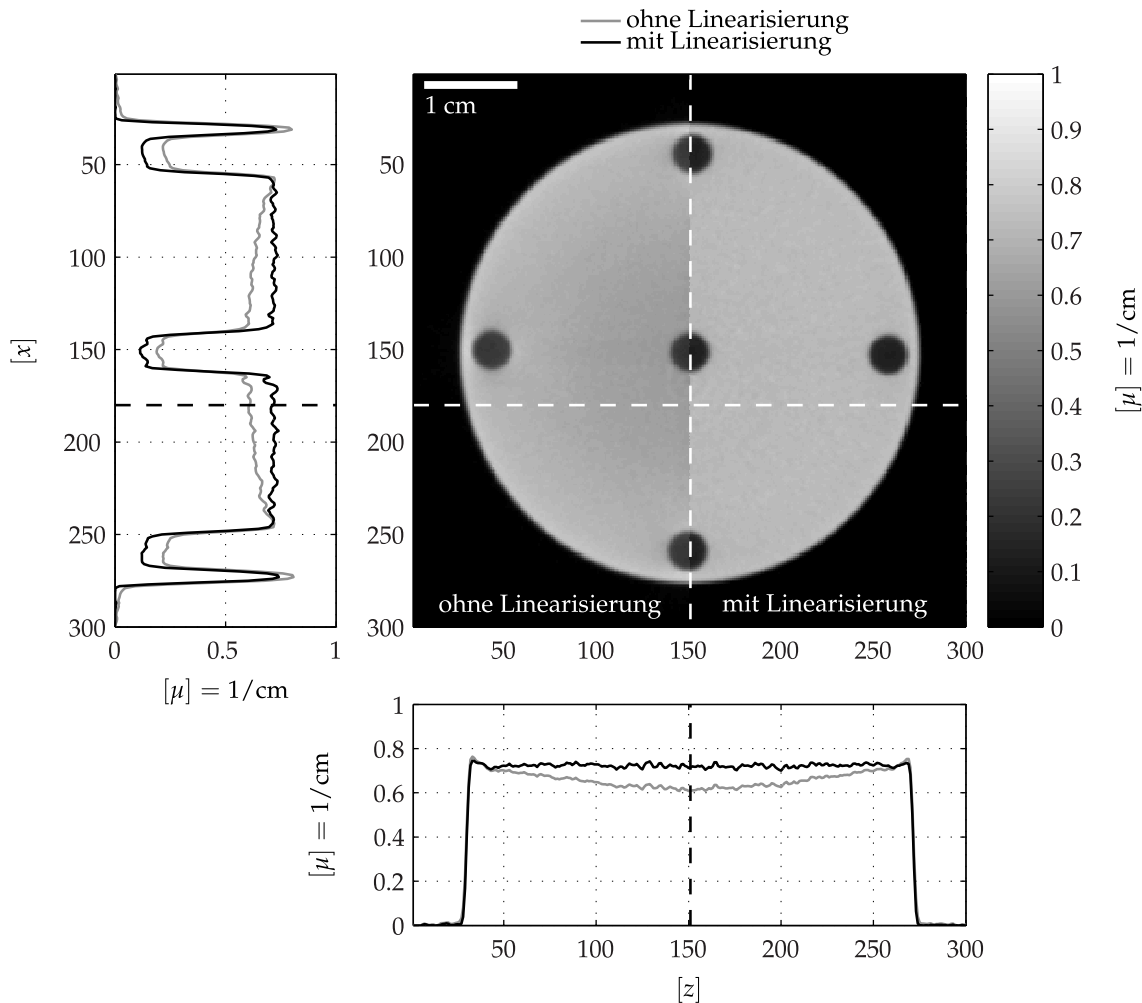


Abbildung 3.3: Vergleich zwischen CT-Bildern aus unveränderten (linke Bildhälfte) und linearisierten (rechte Bildhälfte) Messdaten eines Objekts aus einem Material (Aluminium). Anhand der Linienprofile ist ersichtlich, dass sich das Cupping-Artefakt deutlich verringert. Die Schwächungskoeffizienten bleiben im Vergleich zur Anwendung eines Vorfilters auf gleichem Niveau.

| Bildregion | Homogenität C_H | |
|------------|-------------------|--------------|
| | unkorrigiert | linearisiert |
| Luft | 0,9864 | 0,9874 |
| Aluminium | 0,9194 | 0,9813 |

Tabelle 3.4: Auswertung des Bildgüteparameters Homogenität des in Abbildung 3.3 dargestellten CT-Bildes als Ergebnis der Linearisierungstechnik. Während der Homogenitätswert für Luft nahezu konstant bleibt, verbessert sich der Wert für das Material Aluminium um ca. 6 %.

Zur Überprüfung, inwieweit die hier verwendete Linearisierungskennlinie auch zur Korrektur eines CT-Bildes eines Körpers mit mehreren Materialien geeignet ist, wird der oben gezeigte Testkörper in die Konfiguration FE5_PE0 (vgl. Tabelle 4.1) gebracht und erneut mit den gleichen CT-Parametern tomographiert. Das linearisierte CT-Bild ist in Abbildung 3.4 dargestellt.

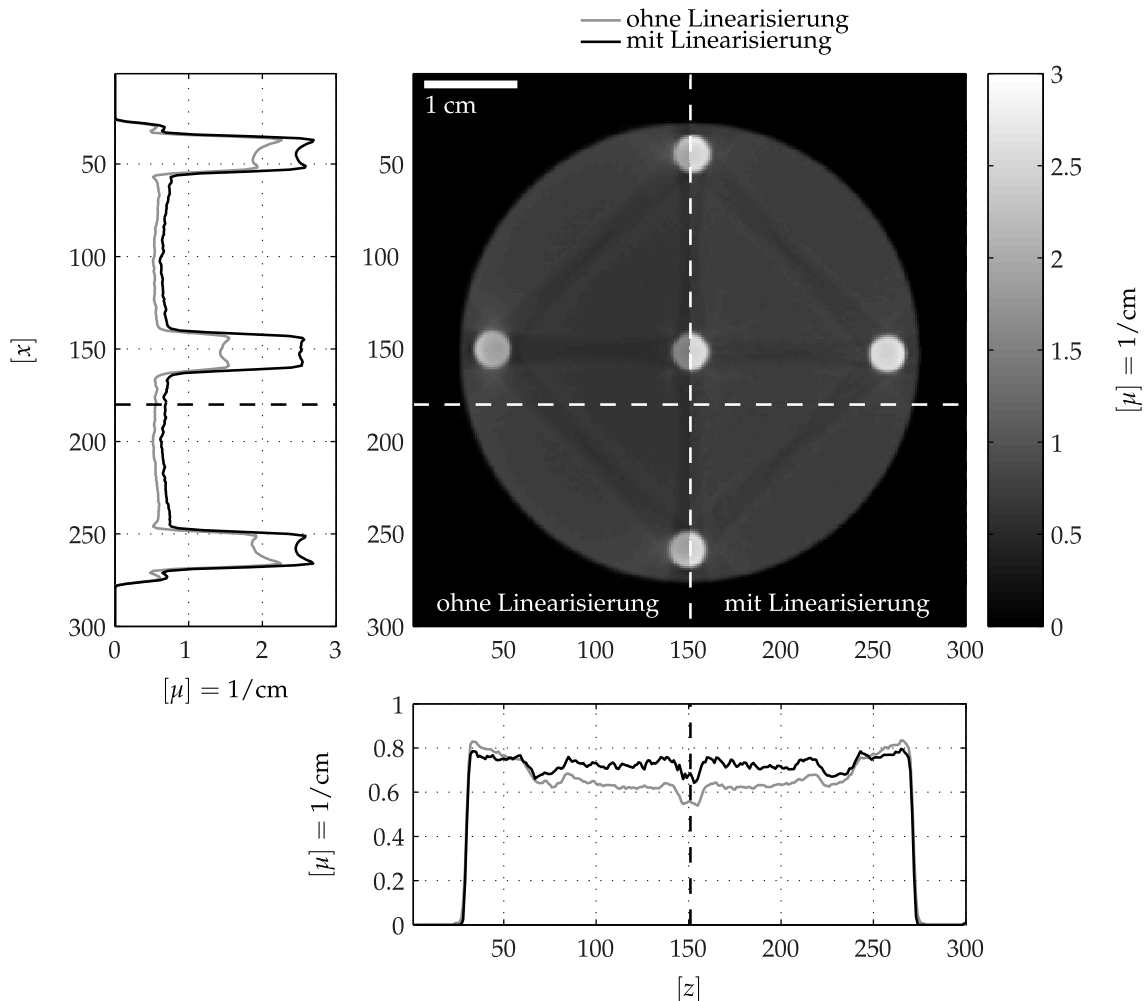


Abbildung 3.4: Vergleich zwischen CT-Bildern aus unveränderten (linke Bildhälfte) und linearisierten (rechte Bildhälfte) Messdaten eines Objekts aus zwei Materialien (Aluminium und Stahl). Anhand der Linienprofile ist ersichtlich, dass sich das Cupping-Artefakt innerhalb des Bildbereichs, der Aluminium zugeordnet werden kann, deutlich verringert. Allerdings ist weiterhin eine deutliche Artefaktbildung in Form von dunklen Streifen zwischen den Bildbereichen, die Stahl zugeordnet werden können, zu erkennen.

Es zeigt sich, dass die Bereiche im CT-Bild, die dem Aluminium zugeordnet werden können, homogenisiert sind und kaum noch Cupping mehr aufweisen. Auch sind die mittleren Grauwerte der einzelnen Stifte angeglichen. Allerdings sind die durch die Stahlstifte erzeugten Artefakte in Form von dunklen Streifen und auch das Cupping innerhalb der Bildbereiche, die Stahl zugeordnet werden

können, immer noch sichtbar. Tabelle 3.5 zeigt die Auswertung des Bildgütemaßes Homogenität. Es ist eine deutliche Verbesserung der Homogenität der Bildbereiche zu erkennen. Insbesondere die Werte für Stahl verbessern sich stark. Dies lässt sich durch die Angleichung der rekonstruierten Schwächungskoeffizienten des mittleren Stahlpins erklären. Die Homogenität des Aluminiums bleibt allerdings noch unter dem Niveau aus Tabelle 3.4 zurück, was sich durch die verbliebenen dunklen Streifen erklären lässt.

| Bildregion | Homogenität C_H | |
|------------|-------------------|--------------|
| | unkorrigiert | linearisiert |
| Luft | 0,9848 | 0,9890 |
| Aluminium | 0,9437 | 0,9682 |
| Stahl | 0,7603 | 0,8592 |
| Gesamt | 0,9767 | 0,9849 |

Tabelle 3.5: Auswertung des Bildgüteparameters Homogenität des in Abbildung 3.4 dargestellten CT-Bildes. Während der Homogenitätswert für Luft nahezu konstant bleibt, verbessert sich der Wert für das Material Aluminium um ca. 2,5% und für Stahl um 10%. Die letzte Spalte zeigt die gewichtete Summe der Einzelmaße.

Die Ergebnisse dieser Voruntersuchung zeigen, dass eine Linearisierung eines CT-Bildes eines Körpers aus mehreren Materialien eine deutliche Bildverbesserung bewirkt. Die gewünschte Reduktion der Artefakte ist allerdings nicht möglich. Die Kennlinie für eine solche Linearisierung kann entweder durch Messung eines Stufenkeils des überwiegenden Materials erzeugt werden oder durch Reprojektion der dem Material zugeordneten CT-Bildregion. Bei Letzterem bleiben Strahlsummen, die Beiträge mehrerer Materialien aufweisen, bei der Berechnung der Linearisierungskennlinie bewusst unberücksichtigt.

3.3.3 Materialienkommutativität

Im Folgenden wird untersucht, inwieweit es möglich ist, das Wegintegral aus Gleichung (2.48) in verschiedene Materialbereiche zu zerlegen und ob diese Bereiche beliebig austauschbar – also kommutativ – sind. Dazu wurde folgendes Experiment konzipiert: Ein Stufenkeil wird mit zusätzlichen Vor- und Nachfiltern durchstrahlt (vgl. Abbildung 3.5). Ein Röntgenstrahl in Position P_1 quert zunächst das Vorfiltermaterial und trifft dann auf den Stufenkeil. In Position P_2 wird die gleiche Filtermaterialdicke durchstrahlt – allerdings vor

und nach dem Stufenkeil. Schließlich wird in Position P_3 erst der Stufenkeil und danach das Filtermaterial durchstrahlt. Ausgehend von Lambert-Beer'schen Gesetz können unter der Annahme eines über die Dicke des Filters η_1 konstanten Schwächungskoeffizienten μ_1 für Position P_1 zunächst folgende Gleichungen formuliert werden:

$$I_{1,P_2}^m = I_{0,P_2}^m \quad (3.18)$$

$$I_{2,P_2}^m = I_{1,P_2}^m e^{-\mu_1 \eta_1} \quad (3.19)$$

Nach Durchstrahlung des Filters liegt demnach eine geschwächte Intensität I_{2,P_2} vor. Diese kann wiederum als ungeschwächte Intensität für das folgende Stufenkeilmaterial angesehen werden. Somit gilt:

$$I_{3,P_2}^m = I_{2,P_2}^m e^{-\mu_2 \eta_2} \quad (3.20)$$

Die Intensität I_{3,P_2} stellt nun wiederum die ungeschwächte Intensität für die letzte Schicht Filtermaterial dar:

$$I_{4,P_2}^m = I_{3,P_2}^m e^{-\mu_1 d_1} \quad (3.21)$$

$$I_{5,P_2}^m = I_{4,P_2}^m \quad (3.22)$$

Fast man nun die Gleichungen (3.18) bis (3.22) zusammen, folgt

$$I_{5,P_2}^m = I^0 e^{-\mu_1 \eta_1} e^{-\mu_2 \eta_2} e^{-\mu_1 \eta_1} \quad (3.23)$$

$$= I^0 e^{-\mu_1 2\eta_1 - \mu_2 \eta_2} \quad (3.24)$$

Da der Exponent in Gleichung (3.24) die Gesamtabschwächung bestimmt, ist die Reihenfolge der Zusammensetzung irrelevant. Dieses Verhalten wird im Folgenden als Materialkommutativität bezeichnet. Bei der Betrachtung der Abschwächung eines monochromatischen, dünnen Röntgenstrahls macht es somit keinen Unterschied, ob alle dünnen Materialsichten nacheinander durchstrahlt, oder gleiche Materialien zu einer Schichtdicke zusammengefasst werden. Wird dieselbe Vorgehensweise für die Positionen P_1 bis P_3 verwendet, kann gezeigt werden, dass gilt:

$$I_{5,P_1} \equiv I_{5,P_2} \equiv I_{5,P_3} \quad (3.25)$$

Das Lambert-Beer'sche Gesetz kann demnach für N_M Materialien verallgemeinert werden:

$$I^m = I^0 \cdot e^{-\sum_{i=1}^{N_M} \mu_i \eta_i} \quad (3.26)$$

und

$$R^m = -\ln \left(\frac{I_{N_M}^m}{I^0} \right) \quad (3.27)$$

$$= \sum_{i=1}^{N_M} \mu_i \eta_i \quad (3.28)$$

$$= \langle \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\eta} \rangle \quad (3.29)$$

Durch Integration über alle Energien und durch Einsetzen des Wegintegrals lassen sich Gleichung (3.26) - (3.28) für polychromatische Röntgenstrahlung umformulieren. Es gilt nun:

$$I^P = \int_0^{\hat{E}} I_0(E) e^{-\sum_{i=1}^{N_M} \int_0^l \mu_i(E, \eta) d\eta} dE \quad (3.30)$$

und

$$R_{N_M}^P = -\ln \left(\frac{\int_0^{\hat{E}} I_0(E) \cdot e^{-\sum_{i=1}^{N_M} \int_0^l \mu_i(E, \eta) d\eta} dE}{\int_0^{\hat{E}} I_0(E) dE} \right) \quad (3.31)$$

$$= \sum_{i=1}^{N_M} \int_0^{\hat{E}} \int_0^l \mu_i(E, \eta) d\eta dE \quad (3.32)$$

In Worten bedeutet diese zentrale Erkenntnis: Auch eine polychromatische Abschwächung lässt sich in Teilabschwächungen aufteilen, die jeweils bestimmten Materialien entlang des Weges durch das Messobjekt zugeordnet werden können. Abbildung 3.6 zeigt das Ergebnis der Simulation des in Abbildung skizzierten Versuchsaufbaus 3.5 und bestätigt durch die Identität der Linienprofile die Materialkommutativität.

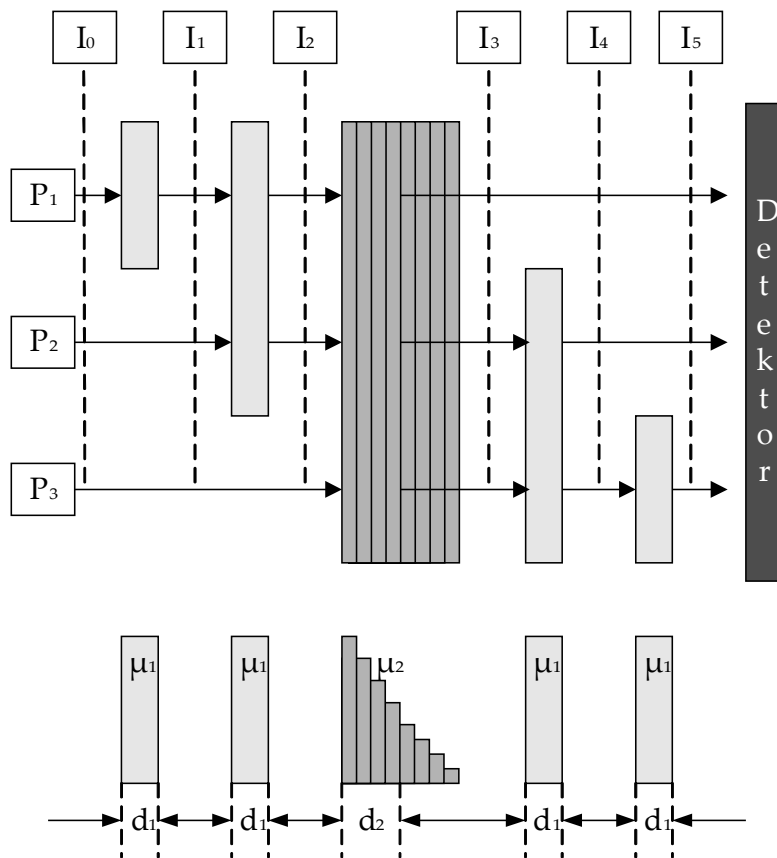


Abbildung 3.5: Versuchsanordnung zum experimentellen Nachweis der Materialkommutativität.

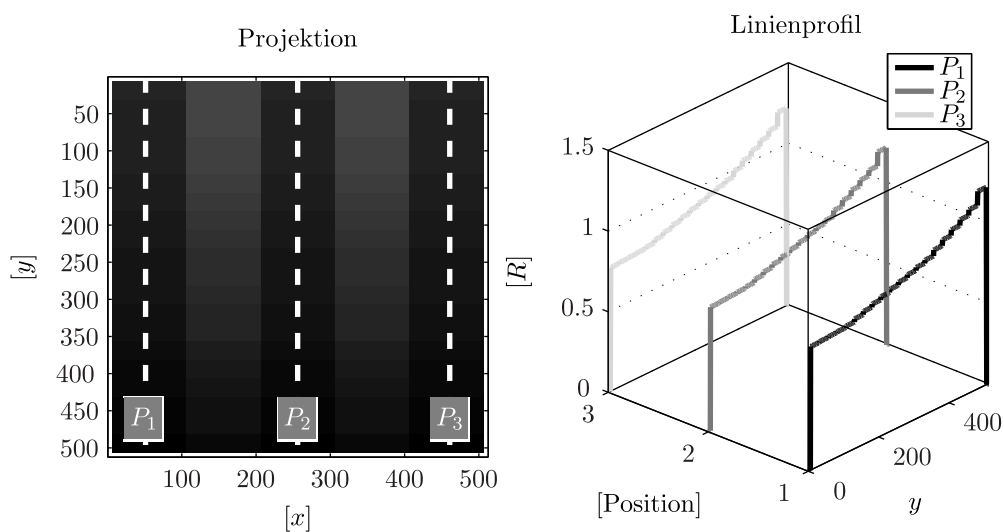


Abbildung 3.6: Ergebnis zur Untersuchung der Materialkommutativität mittels Simulation des in Abbildung 3.5 dargestellten Versuchsaufbaus. Es wurde ein polychromatisches Quellenspektrum und eine Parallelstrahlgeometrie verwendet. Die Äquivalenz der Linienprofile ist ein Beleg für die Austauschbarkeit der Materialien entlang der Strahlrichtung.

Folgendes Beispiel soll den Effekt der Materialkommutativität nochmals verdeutlichen. Man stelle sich einen Quader aus zwei Materialien vor, der gleichmäßig in acht Quadranten unterteilt ist. Diagonal gegenüberliegende Quadranten enthalten das gleiche Material (vgl. Abbildung 3.7, oben links). Trifft ein Röntgenstrahl den Quader orthogonal zu einer der Hauptachsen, durchquert dieser zunächst das eine Material und dann das andere. Es gibt somit zwei Wechselwirkungsbereiche. Unterteilt man nun jeden Quadranten weiter in acht Teile, nimmt der Quader mehr und mehr ein räumliches Schachbrettmuster an. Mit jeder Unterteilung verdoppelt sich somit die Zahl der Wechselwirkungsbereiche entlang des Röntgenstrahls. Gemäß Gleichung (3.32) ändert sich aber die zu erwartende Intensität hinter dem Quader nicht. Durch die Materialkommutativität können die einzelnen Quader durch Umsortieren immer wieder in den ursprünglichen Zustand versetzt werden. Wird die Unterteilung unendlich lang fortgeführt, ist die Dicke eines Wechselwirkungsbereichs infinitesimal klein und Gleichung (3.30) geht in Gleichung (2.48) über.

Unberücksichtigt bei dieser Betrachtung bleibt allerdings die Streustrahlung. Wird diese nicht vernachlässigt, ist die Reihenfolge der Materialien nicht mehr beliebig. Nach Durchstrahlung des ersten Filters liegt eine zusätzliche Streuintensität vor. Die Summe aus geschwächter Primärintensität und Streuintensität ist wiederum als ungeschwächte Intensität für das folgende Stufenkeilmaterial anzusehen.

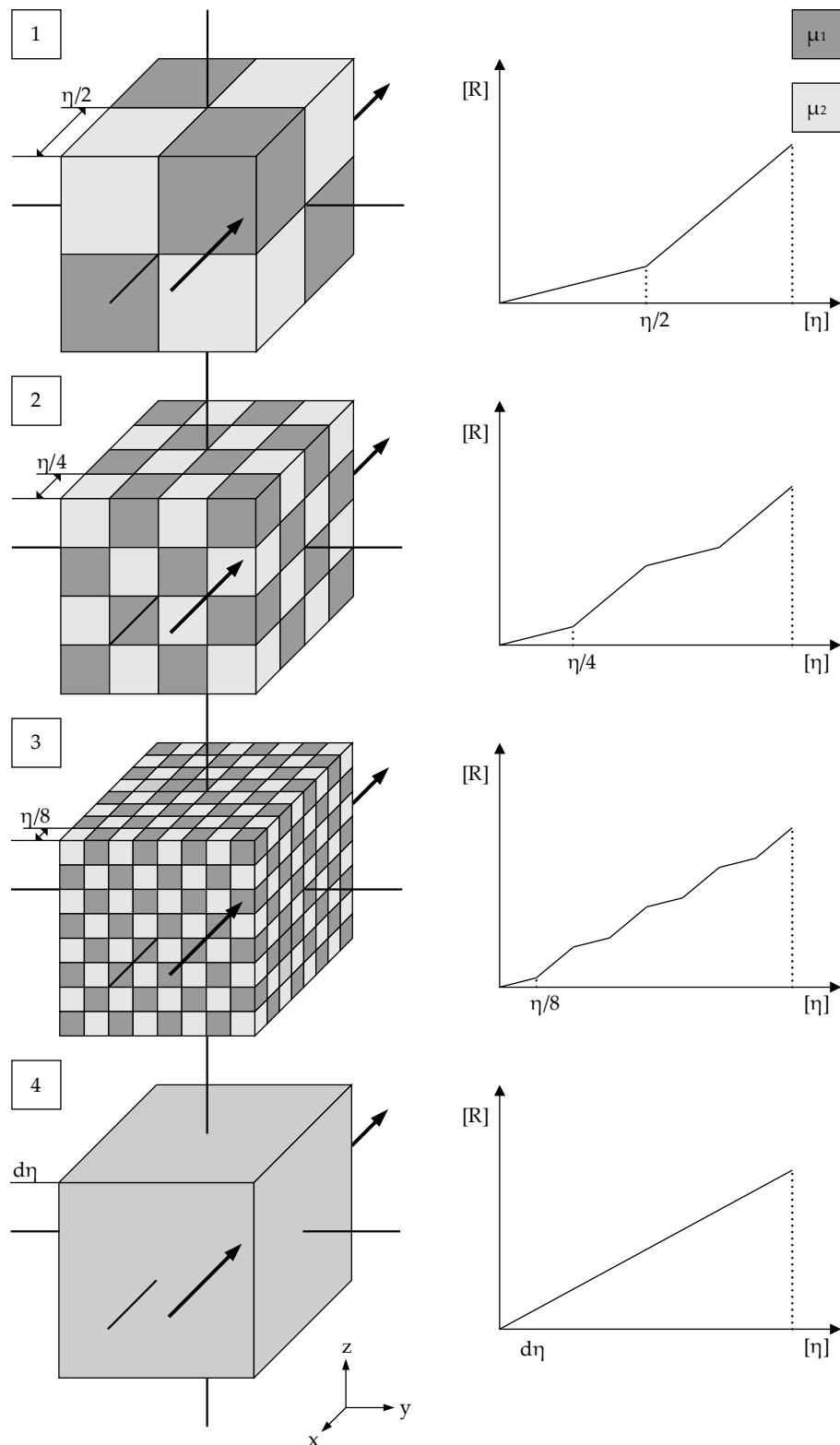


Abbildung 3.7: Verschiedene Körper mit unterschiedlicher Materialverteilung. Durch Umsortieren ist es möglich jeden Körper in die Form des Körpers ganz oben zu bringen. Jeweils rechts dargestellt ist die totale Abschwächung in Abhängigkeit von der Materialdicke für monochromatische Strahlung und Vernachlässigung von Streustrahlung.

3.4 Methode

Ziel der Arbeit ist es, ein Verfahren zu finden, welches möglichst ohne Vorwissen über das während der Messung vorliegende Röntgenspektrum, die Effizienz des Detektors oder die Eigenschaften der im Prüfling vorhandenen Materialien eine Korrektur von Artefakten im CT-Bild ermöglicht. Das Verfahren wird im folgenden Kapitel zunächst theoretisch hergeleitet. Anhand von Messdaten werden die hergeleiteten Methoden überprüft bzw. verdeutlicht.

Für den Fall, dass im Prüfling nur ein Material vorhanden ist, kann jedem gemessenen Intensitätswert genau eine durchstrahlte Materialdicke zugeordnet werden (vgl. Gleichung (3.3)). Im Umkehrschluss ist es auch möglich, jeder Materialdicke eine Intensität zuzuordnen. Dieses Prinzip wird bei der Linearisierung ausgenutzt. Mathematisch betrachtet, besteht hier ein bijektiver, funktionaler Zusammenhang.

Sind im Prüfling jedoch mehrere Materialien vorhanden, gilt dies nicht mehr. Es besteht nur noch ein surjektiver, funktionaler Zusammenhang. Das bedeutet, dass es nicht möglich ist, aus einer gemessenen Intensität auf die für die Abschwächung verantwortlichen Materialdicken zu schließen. Für jeden Intensitätswert sind theoretisch unendlich viele Material-Längen-Kombinationen möglich. Aufgrund dieser Tatsache kann ein zu definierendes Verfahren, das Daten aus lediglich einer einzelnen CT-Messung verarbeitet, nicht exakt sein. Durch iteratives Durchlaufen des Korrekturverfahrens kann erreicht werden, dass das Ergebnis der Korrektur zu einer Näherungslösung konvergiert. Für einen zu findenden Korrekturalgorithmus bedeutet dies, dass vorverarbeitende Verfahren nicht in Frage kommen, da diese einen Korrekturwert direkt aus dem gemessenen Intensitätswert abschätzen. Dual-Energy oder Multi-Energy Methoden werden an dieser Stelle aufgrund der mehrfachen Messzeit von vornherein ausgeschlossen. Demnach bleibt als Alternative die Gruppe der nachverarbeitenden Verfahren.

Da auf Vorwissen in Form von spektralen Abhängigkeiten verzichtet werden soll, stehen nur die gemessenen Intensitäten als Information zur Verfügung. An dieser Stelle stellt sich die Frage: Erhält man mit dem Wissen über die Intensität genügend Information, um eine effektive Korrektur der Strahlsummen zu erreichen? Diese Frage kann hier eingeschränkt mit „Ja“ beantwortet werden.

3.4.1 Beschreibung der Nichtlinearität

Wie im vorherigen Kapitel gezeigt wurde, können für den Fall mehrerer Materialien im Objekt theoretisch alle infinitesimal kleinen Volumenelemente des Objektes entlang des Röntgenstrahls so umsortiert werden, dass alle Volumenelemente eines Materials aneinandergrenzen. Dies gilt für monochromatische wie auch für polychromatische Röntgenstrahlung – allerdings nicht für den Fall, dass Streustrahlung mit berücksichtigt wird. Das Wegintegral aus Gleichung (2.11) kann somit in eine Summe aus N_M Wegintegralen gemäß den Gleichungen (3.26) bis (3.32) zerlegt werden. Es ist ersichtlich, dass durch unterschiedliche Kombinationen aus Materialdicken und Schwächungskoeffizienten eine identische Abschwächung erzeugt werden kann.

Der Zusammenhang in Gleichung (3.28) lässt sich auch als Ebenengleichung interpretieren:

$$H^m : \eta = - \sum_{i=1}^{N_M} \mu_i^m \eta_i + R^0 \quad (3.33)$$

$$= - \langle \boldsymbol{\mu}^m, \boldsymbol{\eta} \rangle + R^0 \quad (3.34)$$

Diese (N_M) -dimensionale Ebene bzw. Hyperebene wird im Folgenden als Systemebene (im Fall eines eindimensionalen Korrekturproblems als Systemgerade) bezeichnet. Mit

$$H : \eta = R_c \quad (3.35)$$

sei eine weitere (N_M) -dimensionale Ebene definiert, deren Normalenvektor der Ordinate des Koordinatensystems entspricht und als Isoabschwächungsebene bezeichnet. Durch Gleichsetzen von Gleichung (3.33) und (3.35) ergibt sich eine $(N_M - 1)$ -dimensionale Hyperebene als Schnittmenge.

$$H^m : \eta = - \sum_{i=1}^{N_M-1} \frac{\mu_i^m}{\mu_{N_M}} \eta_i + \frac{R^c - R^0}{\mu_{N_M}} \quad (3.36)$$

Abbildung 3.8 stellt diesen Zusammenhang für ein beliebiges Objekt dar, welches Anteile von zwei Materialien enthält. Die partiellen Ableitungen der Ebenengleichung entsprechen den linearen Schwächungskoeffizienten der vorhandenen Materialien – welche bei monochromatischer Strahlung konstant sind. Die Schnittmenge aus der zweidimensionalen Systemebene und der zweidimensionalen Isoabschwächungsebene entspricht hier einer Geraden. Entlang dieser Geraden ist die totale Abschwächung R_c konstant und es gibt unendlich viele

Möglichkeiten, unterschiedliche Materialdicken der verschiedenen Materialien zu kombinieren.

$$g^m : \eta_{N_M} = -\frac{\mu_1^m}{\mu_2^m} \eta_1 + \frac{R^c - R^0}{\mu_2^m} \quad (3.37)$$

Werden verschiedene Schnittgeraden für unterschiedliche Isoabschwächungsebenen bestimmt und in ein Diagramm aufgetragen, ergibt sich eine Darstellung wie in 3.8 rechts. Die Schnittgeraden sind parallel.

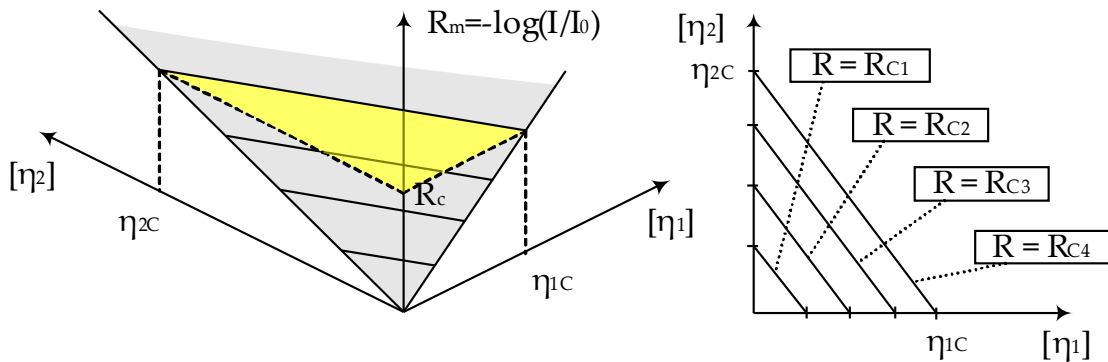


Abbildung 3.8: Systemebene zur Beschreibung aller möglichen Kombinationen aus Material und Weglänge für ein zweimaterialiges Objekt bei monochromatischer Strahlung und Vernachlässigung von Streustrahlung. Die Schnittgeraden mit unterschiedlichen Isoabschwächungsebenen sind eingezeichnet.

Liegt polychromatische Röntgenstrahlung vor, muss zusätzlich über alle vorhandenen Energien integriert werden. Unter der Annahme einer konstanten Materialverteilung (konstanter Dichte und Ordnungszahl) des jeweiligen Materials gilt für die Schnittebene:

$$H^P : \eta_{N_M} = \int_0^{\hat{E}} \left(- \sum_{i=1}^{N_M-1} \frac{\mu_i^P(E)}{\mu^P(E)_{N_M}} \eta_i + \frac{R^C - R^0}{\mu^P(E)_{N_M}} \right) dE \quad (3.38)$$

$$= - \sum_{i=1}^{N_M-1} \int_E^{\hat{E}} \frac{\mu_i^P(E)}{\mu_{N_M}^P(E)} dE \eta_i + R^c \int_0^{\hat{E}} \frac{1}{\mu_{N_M}^P(E)} dE \quad (3.39)$$

Aus Gleichung (3.39) ist ersichtlich, dass es sich hierbei wiederum um eine Hyperebene der Dimension $N_M - 1$ handelt. Für das zuvor beschriebene zweimaterialige Beispielobjekt gilt für die Schnittgerade:

$$g^P : \eta_{N_M} = - \int_0^{\hat{E}} \frac{\mu_1^P(E)}{\mu_2^P(E)} dE \eta_1 + R^c \int_0^{\hat{E}} \frac{1}{\mu_2^P(E)} dE \quad (3.40)$$

Die Anstiege der Geraden sind nun nicht mehr identisch, da der Schwächungskoeffizient energieabhängig ist. Aufgrund der zunehmenden Aufhärtung des Röntgenstrahls und der damit verbundenen Erhöhung der effektiven Energie verringert sich der Schwächungskoeffizient. Bezogen auf die Lage der Schnittgeraden des Beispielobjekts bedeutet dies, dass die verschiedenen Schnittgeraden nicht mehr parallel sondern windschief zu einander sind.

Werden die Schnittgeraden zusammengefasst, resultiert dies nicht in einer Hyperebene, sondern in einer gekrümmten Hyperfläche, fortan als Systemfläche (im Fall eines eindimensionalen Korrekturproblems als Systemkurve) bezeichnet. Auch hier repräsentieren die partiellen Ableitungen der Ebene die linearen Schwächungskoeffizienten der vorhandenen Materialien – allerdings hier aufgrund der Energieabhängigkeit als lokale Größe.

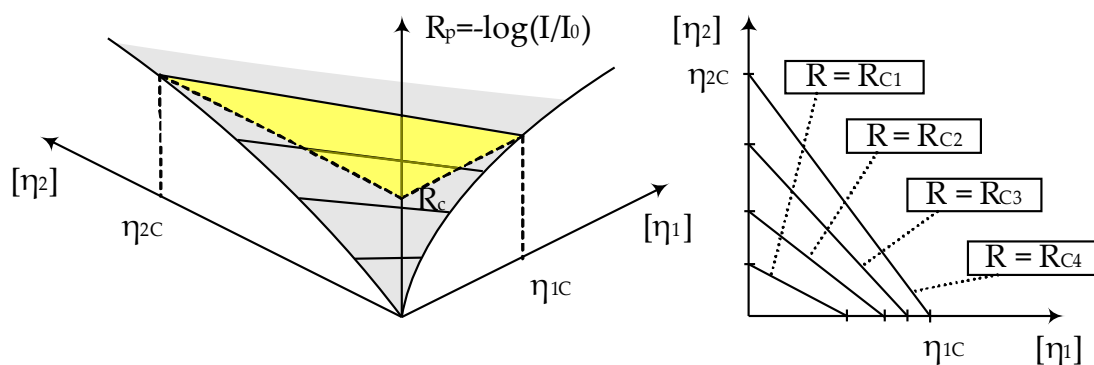


Abbildung 3.9: Systemfläche zur Beschreibung aller möglichen Kombinationen aus Material und Weglänge für ein zweimaterialiges Objekt bei polychromatischer Strahlung und Vernachlässigung von Streustrahlung. Die Schnittgeraden mit unterschiedlichen Isoabschwächungsebenen sind eingezeichnet.

Dieser Zusammenhang zwischen den durchstrahlten Materialdicken und der Abschwächung gilt allerdings ausschließlich dann, wenn Streueffekte jeglicher Art vernachlässigt werden. Dies beinhaltet die Objektstreustrahlung wie auch die detektorinterne Streustrahlung. Ist dies nicht der Fall, wird der hier beschriebene lineare Zusammenhang mit zunehmender Materialdicke mehr und mehr nichtlinear. Dies lässt sich durch die mit zunehmender durchstrahlter Materialdicke und damit steigender effektiver Energie der Röntgenquanten häufiger auftretenden Streueignisse begründen. Übertragen auf das oben beschriebene zweimaterialige Beispiel bedeutet dies, dass sich die Systemfläche nicht mehr aus einer Summe von Geraden, sondern aus Kurven zusammensetzt. Je nachdem, wie stark die Kurven gekrümmt sind, ist der Einfluss der Streuung größer oder kleiner.

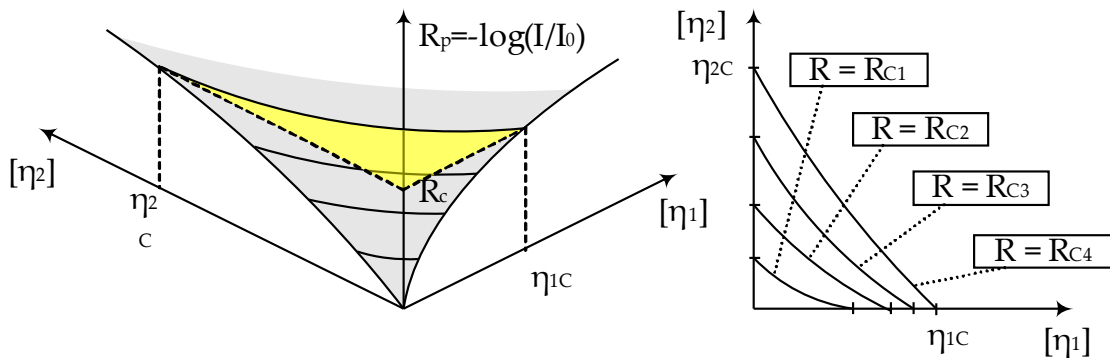


Abbildung 3.10: Grafische Darstellung der Materialkommutativität bei polychromatischer Strahlung und Berücksichtigung von Streueffekten. Unterschiedliche Kombinationen aus Weglänge und Schwächungskoeffizient resultieren in der gleichen Abschwächung.

Zum Nachweis der beschriebenen Zusammenhänge dient das folgende Experiment: Zwei Stufenkeile aus Aluminium und Kunststoff werden gekreuzt durchstrahlt. Auf diese Weise ist es möglich, sehr viele Material-Längen Kombinationen und dazugehörige Intensitäten bzw. Abschwächungen mit nur einer Durchstrahlungsaufnahme zu messen. Die gemessenen Intensitäten der verschiedenen Stufen werden über eine ROI gemittelt und über Gleichung (2.12) in Abschwächungen umgerechnet. Abbildung 3.11 zeigt das Durchstrahlungsbild mit den gesetzten ROIs.

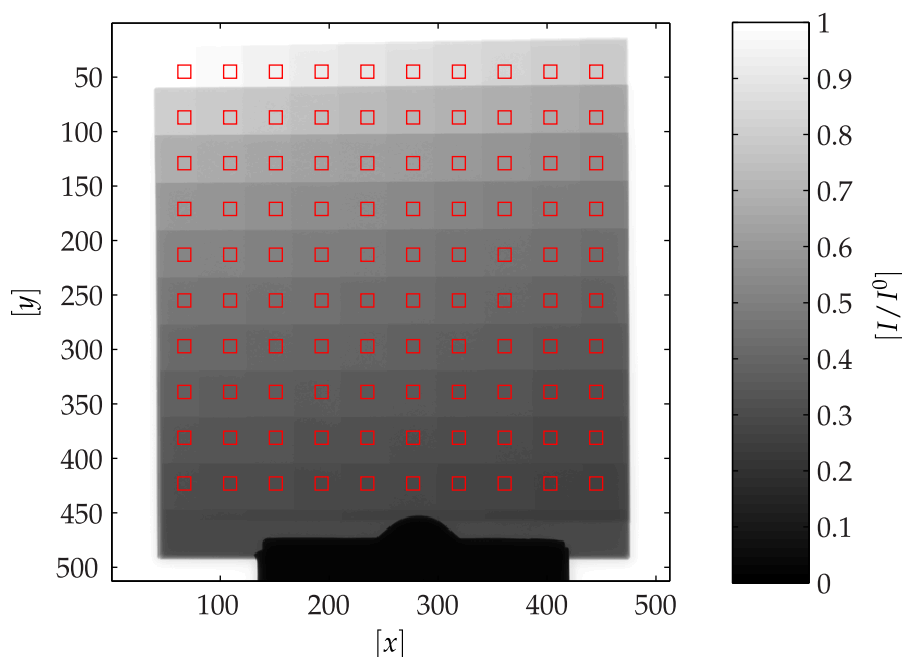


Abbildung 3.11: Durchstrahlungsbild zweier Stufenkeile aus Aluminium und Kunststoff.

Die errechneten Abschwächungen werden nun den jeweils bekannten Stu-

fenhöhen der beiden Stufenkeile zugeordnet und in ein Koordinatensystem eingetragen. Aufgrund von Toleranzen bei der Fertigung der Stufenkeile und Bildpunktrauschen schwanken die berechneten Abschwächungen um ihren Erwartungswert, was eine mehrdimensionale Regression zur Bestimmung der Systemfläche erforderlich macht (vgl. Kapitel 3.4.5 *Approximation der Systemfläche*). Abbildung 3.12 zeigt die extrahierten Punkte und die approximierte Systemfläche. Anhand des sich ändernden Anstiegs der Systemfläche – also des Schwächungskoeffizienten – bei steigender Materialdicke von Aluminium wird deutlich, dass es sich um polychromatische Röntgenstrahlung handelt. Im Gegensatz dazu bleibt der Anstieg der Systemfläche bei zunehmender Materialdicke von Kunststoff nahezu konstant.

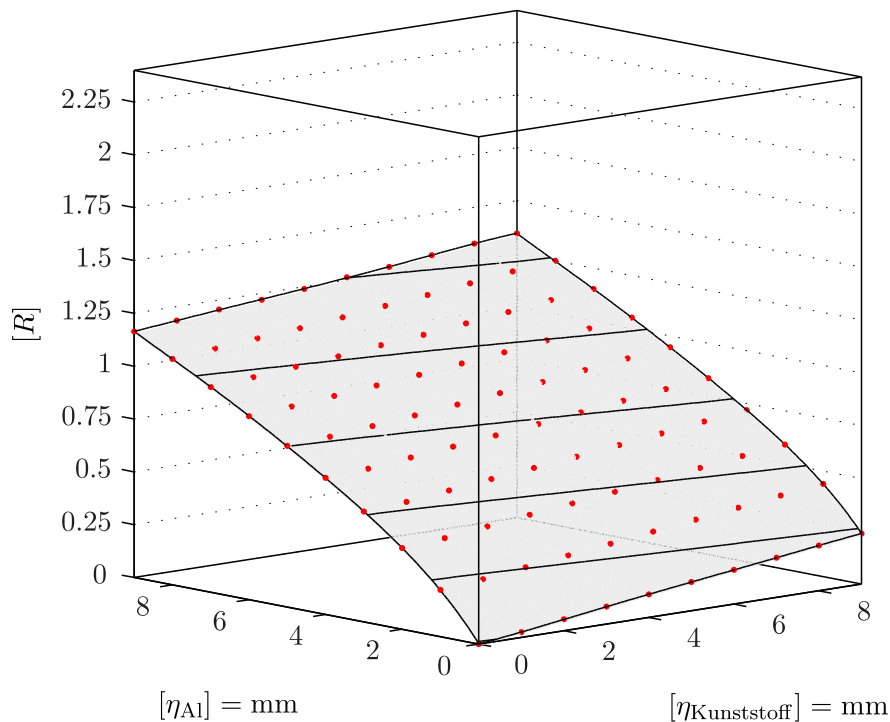


Abbildung 3.12: Darstellung einer experimentell aus Stufenkeilen ermittelten Systemfläche. Die Raumkoordinaten wurden aus den bekannten Stufendicken der Stufenkeile und der über eine ROI im Durchstrahlungsbild ermittelten polychromatischen Abschwächung ermittelt. Die Systemfläche wurde durch eine mehrdimensionale Regression eingepasst (vgl. Kapitel 3.4.5 *Approximation der Systemfläche*).

Wird diese Systemfläche von unterschiedlichen Isoabschwächungsebenen geschnitten, ergeben sich die weiter oben beschriebenen Schnittkurven. Diese sind in diesem Beispiel nahezu linear, was darauf hindeutet, dass Streueffekte hier nur eine untergeordnete Rolle spielen. Dies liegt zum Einen daran, dass der Fokus-Detektor-Abstand mit 101 cm relativ groß ist, wodurch dem Detektor bei

einem Fokus-Objekt-Abstand von 30 cm nur noch ein relativ kleiner Raumwinkel zur Aufnahme von Streustrahlung bleibt und zum Anderen an der geringen Objektiefe von lediglich 10 mm.

Durch dieses Experiment kann gezeigt werden, dass der Zusammenhang zwischen Materialdicken und Absorptionswerten über eine mehrdimensionale Repräsentation in Form einer Systemfläche darstellbar ist. Alle Informationen über globale Nichtlinearitäten des Messsystems können durch eine Systemfläche beschrieben werden. Stärke und Ausprägung der Krümmung geben Auskunft über den Grad der Nichtlinearität und das Vorhandensein von Streueffekten. Sofern die Nichtlinearität des Messsystems in Form einer Systemfläche bekannt ist, kann diese dazu genutzt werden, eine Korrektur der Nichtlinearitäten durchzuführen.

3.4.2 Korrekturansatz

Zur Korrektur der Nichtlinearität und zur Reduktion der Strahlaufhärtungsartefakte muss eine Möglichkeit gefunden werden, die Höhe des Korrekturbedarfs für jeden einzelnen gemessenen Intensitäts- bzw. Absorptionswert aus der zuvor bestimmten Systemfläche abzuschätzen. In Kapitel 2.5.1 *Strahlaufhärtungsartefakte* wurde gezeigt, dass der Gradient der Abschwächung und damit die Schwächungskoeffizienten bei mono- und polychromatischen Röntgenstrahlen nur dann identisch sind, wenn die durchstrahlte Materialdicke gegen Null geht. Wird dieses Erkenntnis auf die zuvor beschriebene Systemfläche übertragen, bedeutet dies, dass eine äquivalente monochromatische Systemfläche eine Hyperebene darstellt und der Gradient bei sehr kleinen Materialdicken mit jenem der polychromatischen Systemfläche übereinstimmt (vgl. Gleichung (2.53)). Übertragen auf mehrmaterialige Objekte gilt:

$$\mu^m = \mu^p(\|\eta\| \rightarrow 0) = \lim_{\|\eta\| \rightarrow 0} \mu^p(\eta) \quad (3.41)$$

Jene Hyperebene, für die Gleichung (3.41) gilt, wird fortan als Systemebene bezeichnet. Abbildung 3.13 zeigt den Verlauf der Systemebene für das im Kapitel zuvor beschriebene Experiment zur Durchstrahlung zweier gekreuzter Stufenkeile.

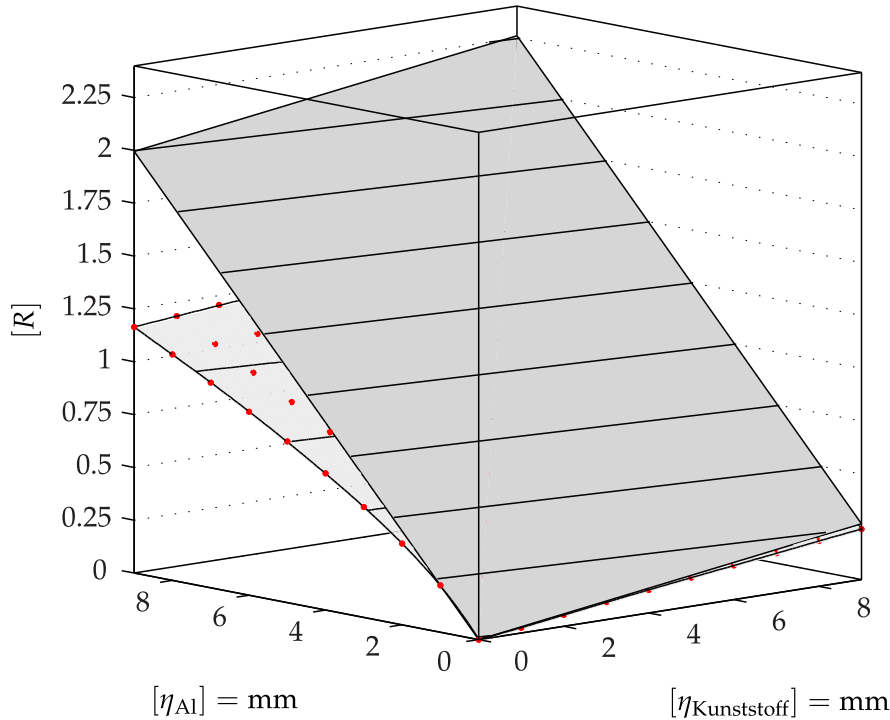


Abbildung 3.13: Darstellung einer experimentell aus Stufenkeilen ermittelten Systemebene. Der Anstieg der Ebene wurde durch Auswertung des Anstiegs der Systemfläche im Nullpunkt ermittelt.

Ausgehend von dem in Kapitel 3.2.2 *Algorithmische Korrekturen* beschriebenen Modell zur Korrektur von Strahlaufhärtung mit nachverarbeitenden Verfahren ergibt sich der notwendige Korrekturbedarf $\Delta R(E, \eta)$ für einen real gemessenen polychromatischen Absorptionswert $R^P(E, \eta)$ aus der Differenz aus einem Schätzwert für die monochromatische Absorption $\Lambda^m(E, \eta)$ als Punkt einer Systemebene und einem polychromatischen Absorptionswert $\Lambda^P(E, \eta)$ als Punkt einer Systemfläche. Es gilt:

$$\Delta R(E, \eta) = \Lambda^m(E, \eta) - \Lambda^P(E, \eta) \quad (3.42)$$

Sind die Materialdicken η innerhalb der verschiedenen im Objekt vorliegenden Materialien bspw. durch Vorwissen oder bildverarbeiterische Methoden bekannt, können diese aufgrund der zuvor gezeigten Materialkommutativität umsortiert und den entsprechenden Absorptionswerten zugeordnet in einem Koordinatensystem dargestellt werden. Die so ermittelten Punkte beschreiben eine $(N_m + 1)$ -dimensionale Punktwolke die in ihrer Form der zuvor beschriebenen Systemfläche gleicht. Aufgrund von Bildpunktrauschen und möglichen Ungenauigkeiten bei der Bestimmung der Materialdicken schwanken die ermittelten Punkte um ihren Erwartungswert (vgl. Kapitel 3.4.6 *Korrektur fehlerhafter Materialdicken*).

Um die Systemfläche zu bestimmen, werden die ermittelten Punkte der Punktwolke daher zunächst mit Hilfe eines mehrdimensionalen Regressionsmodells beschrieben. (vgl. Kapitel 3.4.5 *Approximation der Systemfläche*). Über die so modellierte Systemfläche kann für jedes η eine modellierte polychromatische Abschwächung $\Lambda^P(E, \eta)$ bestimmt werden. Die dazugehörige monochromatische Abschwächung $\Lambda^m(E, \eta)$ ergibt sich direkt aus dem Skalarprodukt der Materialdicken und dem Gradienten der Systemfläche am Nullpunkt.

$$\Lambda^m(E, \eta) = \langle \mu^P(0), \eta \rangle \quad (3.43)$$

Aus den approximierten Abschwächungswerten lässt sich ein korrigierter Absorptionswert bestimmen und daraus ein korrigiertes CT-Bild berechnen.

$$R^k(E, \eta) = R^P(E, \eta) + \Delta R(E, \eta) \quad (3.44)$$

Sofern notwendig, lassen sich korrigierte Intensitätswerte durch Verwendung des Lambert-Beer'schen Gesetzes bestimmen.

$$I^k(E, \eta) = I^0(E) \cdot e^{-R^k(E, \eta)} \quad (3.45)$$

$$= I^0(E) \cdot e^{-R^P(E, \eta) - \Lambda^m(E, \eta) + \Lambda^P(E, \eta)} \quad (3.46)$$

$$= I^0(E) \cdot I^P(E, \eta) \cdot e^{-\Lambda^m(E, \eta) + \Lambda^P(E, \eta)} \quad (3.47)$$

Zusammenfassend lässt sich das Korrekturverfahren in folgende Arbeitsschritte unterteilen:

- Bestimme Zusammensetzung des Wegintegrals für jeden Messwert (jedes Pixel) und fasse Materialdicken, die gleichem Material zugeordnet werden können, zusammen (Materialkommutativität)
- Bestimme Systemfläche durch mehrdimensionale Regression
- Bestimme Systemebene unter Verwendung des Gradienten der Systemfläche am Nullpunkt
- Bestimme Korrekturbedarf für jeden Absorptionswert aus Differenz aus monochromatischem und polychromatischem Absorptionswert
- Bestimme korrigierten polychromatischem Absorptionswert durch Addition des Korrekturbedarfs
- Bestimme korrigierten Intensitätswert falls notwendig

3.4.3 Materialzerlegung

In diesem und den folgenden Kapiteln werden die einzelnen Prozessschritte anhand eines Beispiels erläutert. Dabei handelt es sich um den Testkörper TKR01 in der Konfiguration FE5_PE0 (vgl. Tabelle 4.1 auf Seite 102). Der Testkörper ist ein mit 5 Bohrungen versehener Aluminiumzylinder (vgl. Kapitel 4 *Ergebnisse*). Die Bohrungen sind mit passenden Stahlstiften bestückt. Während der Messung befand sich der Testkörper aufrecht im Messfeld. Rekonstruiert wurde nur die zentrale Schicht mit sichtbaren Strahlaufhärtungsartefakten (vgl. Abbildung 3.14).

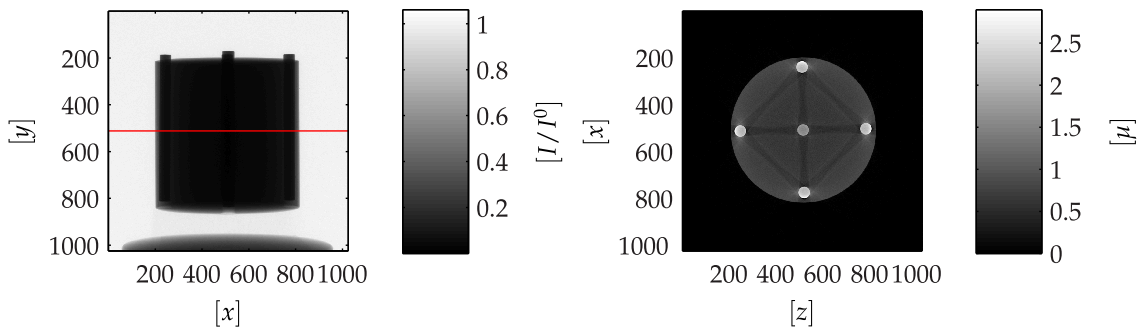


Abbildung 3.14: Projektion (links) und rekonstruierte Schicht (rechts) des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE5_PE0. Die markierte Zeile wurde zur Rekonstruktion des CT-Bildes verwendet.

Ausgehend von der in Kapitel 3.3.1 *Materialverteilungen in heterogenen Prüfobjekten* vorgestellten Nomenklatur zur Einteilung von Prüfobjekten ist dieser Testkörper ein [1:1:1]-Objekt. Es liegen hier Messwerte vor, die keiner Abschwächung unterliegen, Messwerte mit Abschwächungen ausschließlich aus Aluminium und Messwerte mit Abschwächungen durch Aluminium- und Stahlanteile. Die folgende Tabelle 3.6 zeigt die prozentualen Anteile der verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten für die betrachtete zentrale Schicht.

| N_{MS} | Maximalwerte | | Realwerte | | |
|----------|--------------|----------------|-----------|----------------|--------------|
| | \hat{N}_K | \mathbb{M}_K | N_K | \mathbb{M}_K | N_{PK}/N_P |
| 0 | 1 | {} | 1 | {} | 26,84 % |
| 1 | 2 | {Al,Fe} | 1 | {Al} | 44,38 % |
| 2 | 1 | {AlFe} | 1 | {AlFe} | 28,78 % |

Tabelle 3.6: Anteile der verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten der entlang eines Röntgenstrahls vorhandenen Materialien in der zentralen Schicht des CT-Bildes des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE5_PE0.

Wie im vorherigen Kapitel beschrieben, reicht die Information über einen gemessenen Intensitäts- bzw. Abschwächungswert noch nicht dazu aus, einen Korrekturwert zu bestimmen. Zusätzlich ist eine weitere Information entscheidend – die einzelnen Materialdicken. Bei den im Kapitel zuvor gezeigten Stufenkeilen sind die Materialdicken in Form von mittleren Stufenhöhen bereits bekannt. Bei CT-Daten liegt diese Information jedoch zunächst nicht vor. Vielmehr muss sie aus den Messdaten berechnet werden. Dies kann nur unter Verwendung eines ersten unkorrigierten oder vorlinearisierten CT-Bildes geschehen. Die Informationen über die Materialdicken liegen demnach indirekt vor. Vor der eigentlichen Berechnung der Materialdicken muss das Voxelvolumen des CT-Bildes zunächst in die verschiedenen vorhandenen Materialien zerlegt werden. Aufgrund der in Kapitel 2.4.2 *Auswertung von Schnittbildern* beschriebenen Vorteile in Bezug auf Einfachheit und Schnelligkeit wird in dieser Arbeit eine Segmentierung mit globalen Schwellwerten verwendet. Es wird davon ausgegangen, dass die dadurch entstehenden Fehler an den Materialübergängen durch das iterative Wiederholen des Korrekturverfahrens vernachlässigbar werden. Da es, wie bereits in Kapitel 3.3.1 *Materialverteilungen in heterogenen Prüfobjekten* beschrieben, auch Prüfobjekte mit stark unterschiedlichen Volumenanteilen im Messobjekt und dazugehörige CT-Bilder mit stark ausgeprägter Artefaktbildung gibt, ist eine automatische Schwellwertfindung äußerst schwierig – gerade dann, wenn die Anzahl der Materialien im Objekt unbekannt ist.

Daher wird hier eine halbautomatische Segmentierung verwendet. Dabei gibt der Nutzer für die im Prüfobjekt enthaltenen Materialien repräsentative CT-Werte vor. Anschließend wird durch ein automatisches Schwellwertfindungsverfahren die Grenze zwischen den Materialien im Histogramm bestimmt. Bei diesem Verfahren handelt es sich um eine Anpassung des Verfahrens nach Ridler und Calvard an die hier vorliegende Problematik von multimodalen Histogrammen. Dazu werden zunächst N_M Startschwellwerte $T_1 < T_2 < \dots < T_m$ vorgegeben, mit denen das Grauwert-Histogramm in $N_M + 1$ Abschnitte unterteilt und für jeweils benachbarte Abschnitte ein neuer Schwellwert berechnet wird. Der Abbruch der Iterationsschleife erfolgt, sobald sich die Schwellwerte nicht mehr ändern oder eine maximale Anzahl an Iterationen \hat{N}_{TI} erreicht ist. Ein auf diese Weise zerlegtes Histogramm findet sich bspw. in Abbildung 2.7 auf Seite 25.

Nachdem die Grenzen bestimmt sind, erfolgt die Materialzerlegung. Dabei wird jedem Voxel des CT-Bildes ein bestimmtes Material entsprechend der zuvor

bestimmten Schwellen zugeordnet. In Abbildung 3.15 ist das segmentierte CT-Bild abgebildet.

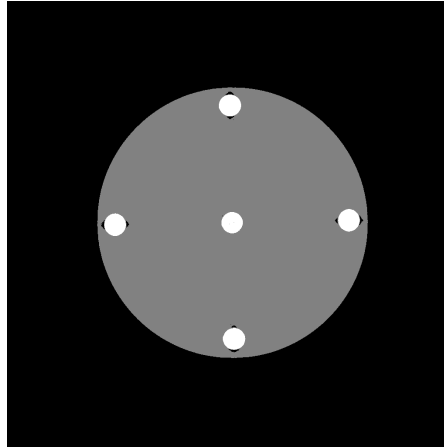


Abbildung 3.15: Segmentiertes CT-Bild des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE5_PE0. Bildbereiche, die dem gleichen Material zugeordnet werden können, haben den gleichen Voxelwert.

3.4.4 Materialdickenberechnung

Liegt eine Materialverteilung vor, müssen die durchstrahlten Materialdicken aus dem segmentierten Voxelvolumen berechnet werden. Dazu wird ein voxelbasierter Strahlverfolgungsalgorithmus verwendet, der die für die Messung gewählte Aufnahmegeometrie virtuell nachgebildet. Es spielt keine Rolle, um welche Aufnahmegeometrie es sich handelt. Es muss lediglich gewährleistet sein, dass die virtuelle Aufnahmegeometrie dem realen Pendant hinreichend genau entspricht. Ist dies nicht der Fall, kann einer gemessenen Intensität nicht eindeutig eine bestimmte Materialdicke zugeordnet werden. Es wird jedem Detektorpixel ein virtueller Röntgenstrahl zugeordnet, dessen Ursprung im Fokuspunkt liegt. Entlang des Pfades werden die umliegenden Voxel entsprechend des kürzesten Abstandes des Voxelmittelpunktes zum Strahl gewichtet (vgl. [7]). Anschließend werden alle gewichteten, zu einem Material gehörenden Voxel aufaddiert. Wie bereits in Kapitel 3.3.3 *Materialienkommutativität* beschrieben, spielt es für die spätere Korrektur keine Rolle, in welcher Reihenfolge die einzelnen Materialien durchstrahlt werden. Dieses Verfahren entspricht somit einer Vorwärtsprojektion bzw. Reprojektion und bildet den tomographischen Aufnahmeprozess nach. Als Ergebnis erhält man für jedes betrachtete Detektorpixel und jedes Material die Summe der Strahlabschnitte aller dazugehörigen Voxel und über die Voxelgröße die Materialdicken. Die folgende Abbildung 3.16 zeigt die berechneten Mate-

rialdicken der zentralen Schicht des CT-Bildes des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE5_PE0 in Form von Sinogrammen für beide Materialien.

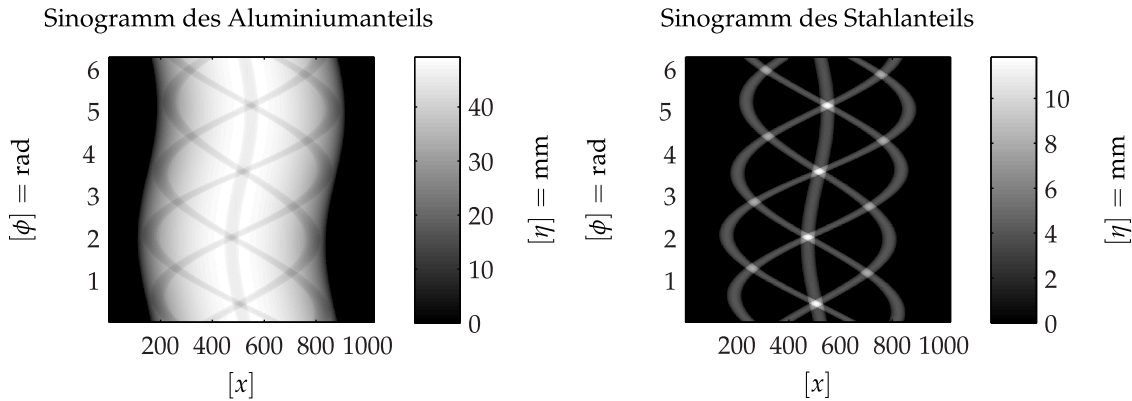


Abbildung 3.16: Sinogramm durch Strahlverfolgung berechneter Materialdicken für Aluminium und Stahl des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE5_PE0.

Für die weitere Verarbeitung der berechneten Daten ist es sinnvoll, die Materialdicken auf den Bereich $[0,1]$ zu normieren. Die Normierung erfolgt unter Verwendung der maximalen Materialdicke für das jeweilige Material.

3.4.5 Approximation der Systemfläche

Nach erfolgter Segmentierung und Materialdickenbestimmung liegt die Information über die Nichtlinearität zunächst in Form der Beziehung zwischen den berechneten Materialdicken und der gemessenen Intensität bzw. Abschwächung vor. Diese Beziehung lässt sich – wie bereits im theoretischen Teil beschrieben – in einer im $(N_M + 1)$ -dimensionalen Punktwolke darstellen. Abbildung 3.17 stellt diese Punktwolke für den im Kapitel zuvor verwendeten Testkörper dar. Es wird nun ein funktionaler Zusammenhang zwischen den durchstrahlten Materialdicken und der gemessenen Abschwächung zur Beschreibung der gesuchten Systemfläche mit der Form

$$f : \left\{ \begin{array}{l} \mathbb{R}^{N_M} \rightarrow \mathbb{R} \\ \boldsymbol{\eta} \rightarrow R^P(\boldsymbol{\eta}) \end{array} \right\} \quad (3.48)$$

gesucht. Für die Berechnung der Systemfläche ist die Anzahl der erzeugten Punktepaaire allerdings viel zu groß. Von heutigen CT-Messsystemen werden unter Umständen mehrere Milliarden Abschwächungswerte pro CT Messung aufgezeichnet. Bei einem Detektor mit einer Anzahl von $N_{PD} = 2048 \times 2048$ Pixeln und $N_{\Delta\phi} = 3200$ Winkelschritten ergeben sich so $N_P = 1,34 \cdot 10^{10}$ Messwerte. Setzt sich das Prüfobjekt zudem noch aus N_M Materialien zusammen, erhöht sich

die Anzahl der berechenbaren Materialdicken nochmals mit N_M . Diese enorme Zahl kann von der aktuellen PC-Generation nicht ausgewertet werden. Daher ist es von entscheidender Bedeutung, repräsentative Abschwächungswerte für die Bestimmung der Systemfläche und damit zur Beschreibung der Nichtlinearität des Systems zu finden.

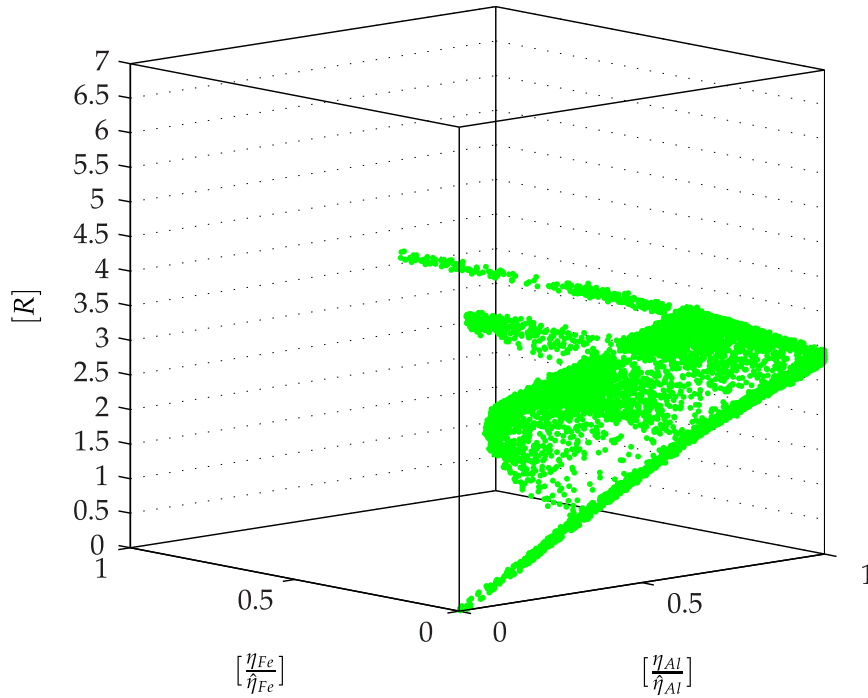


Abbildung 3.17: Experimentell bestimmte Abschwächungswerte in Abhängigkeit von der Materialdicke der unterschiedlichen Materialien des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE5_PE0. Die Punkte formen eine Punktwolke mit signifikanter Struktur (vgl. Abbildung 3.12 auf Seite 64)

Eine Reduktion der Daten kann erreicht werden, indem die Anzahl der horizontalen und vertikalen Detektorpixel jeweils um einen Faktor F_P verringert wird. Die Verringerung ist einfach zu erreichen, indem jeweils $F_P \times F_P$ Messwerte über den arithmetischen Mittelwert zu einem neuen Abschwächungswert zusammengefasst werden. Dabei wird in Kauf genommen, dass durch das Zusammenfassen von Pixelwerten Detailinformation verloren geht. Aufgrund der nun verringerten Ortsauflösung des Röntgendetektors ist es nun ebenfalls möglich, die Anzahl der Drehwinkelschritte um den Faktor $F_{\Delta\phi}$ zu reduzieren (vgl. Kapitel 2.4 *Rekonstruktion und Auswertung von Schnittbildern*). Unter Einhaltung des Zusammenhangs zwischen der Anzahl der horizontalen Pixel und der Anzahl der Drehwinkelschritte in Gleichung (2.44) ist $F_{\Delta\phi} = F_P$. Bspw. kann mit $F_{\Delta\phi} = F_P = 4$ die Anzahl der auszuwertenden Abschwächungswerte

um den Faktor 64 reduziert werden. Eine Verkleinerung der Daten kann allerdings nicht beliebig fortgesetzt werden, da dadurch in bestimmten Fällen neben der Detailinformation über das Messobjekt auch verhindert wird, dass die Nichtlinearität exakt bestimmt werden kann (vgl. Kapitel 3.4.8 *Möglichkeiten zur Verfahrensoptimierung*).

Trotz Reduktion der Abschwächungswerte ist deren Anzahl noch enorm groß. Schließt man zusätzlich die 27 % der Messwerte, die keiner Schwächung unterliegen (vgl. Tabelle 3.6) aus den folgenden Betrachtungen aus, verbleiben immer noch rund $2,2 \cdot 10^{10}$ Messwerte. Nun ist es naheliegend, die Anzahl der Messwerte durch die Auswahl jedes n -ten ($n \in \mathbb{N}$) Abschwächungswertes zu reduzieren. Es ist jedoch für die korrekte Beschreibung der Nichtlinearität entscheidend, Abschwächungswerte für alle vorhandenen Materialkombinationen zu erfassen. Besteht ein Prüfobjekt zu einem sehr großen Teil aus einem Material A und nur zu einem sehr geringen Teil aus Material B, würde die Auswahl jedes n -ten Abschwächungswertes eventuell dazu führen, dass die zu erfassende Struktur von Material B in der Projektion eine kleinere Ausdehnung als n hat und das entsprechende Material somit gar nicht erfasst wird. Daher muss eine verfeinerte Methode angewandt werden.

Es wird daher zunächst eine Anzahl an repräsentativen Abschwächungswerten N_P^r vorgegeben. Des Weiteren wird gefordert, dass von allen Materialien gleich viele Abschwächungswerte N_{PM}^r extrahiert werden sollen.

$$N_P^r = N_M \cdot N_{PM}^r \quad (3.49)$$

Nun werden repräsentative Abschwächungswerte durch zufälliges Verteilen innerhalb aller gemessenen Abschwächungswerte bestimmt, die das gerade betrachtete Material enthalten, unabhängig davon, ob der Abschwächungswert Anteile aus mehreren Materialien enthält oder nicht. Liegen nur wenige Abschwächungswerte für ein bestimmtes Material vor, kann es vorkommen, dass Punkte mehrfach gezählt werden. Dies hat jedoch keinen Einfluss auf die weiteren Verfahrensschritte.

Aufgrund der Tatsache, dass die erste Rekonstruktion noch sehr stark von Artefakten beeinflusst ist, kann durch eine wie auch immer geartete Segmentierung nicht auf die exakten Materialdicken geschlossen werden. Wäre dies möglich, ist eine Artefaktkorrektur ohnehin nicht erforderlich. Somit unterliegen die berechneten Materialdicken einer gewissen Schwankung und weichen vom realen Wert ab. Es kann also vorkommen, dass gleiche Linearkombinationen aus Materialdicken und Schwächungskoeffizienten unterschiedliche Abschwächun-

gen erzeugen. Da dies für eine hinreichend genaue Approximation der Nicht-linearität des Systems unzureichend ist, muss hier eine weitere Vereinfachung vorgenommen werden. Wie in Abbildung 3.18 dargestellt, wird der $(N_M + 1)$ -dimensionale Raum der Punktwolke in Sektoren gerastert. Die Größe eines einzelnen Sektors ist abhängig von der Anzahl $N_{\#}$ an Sektoren je Dimension.

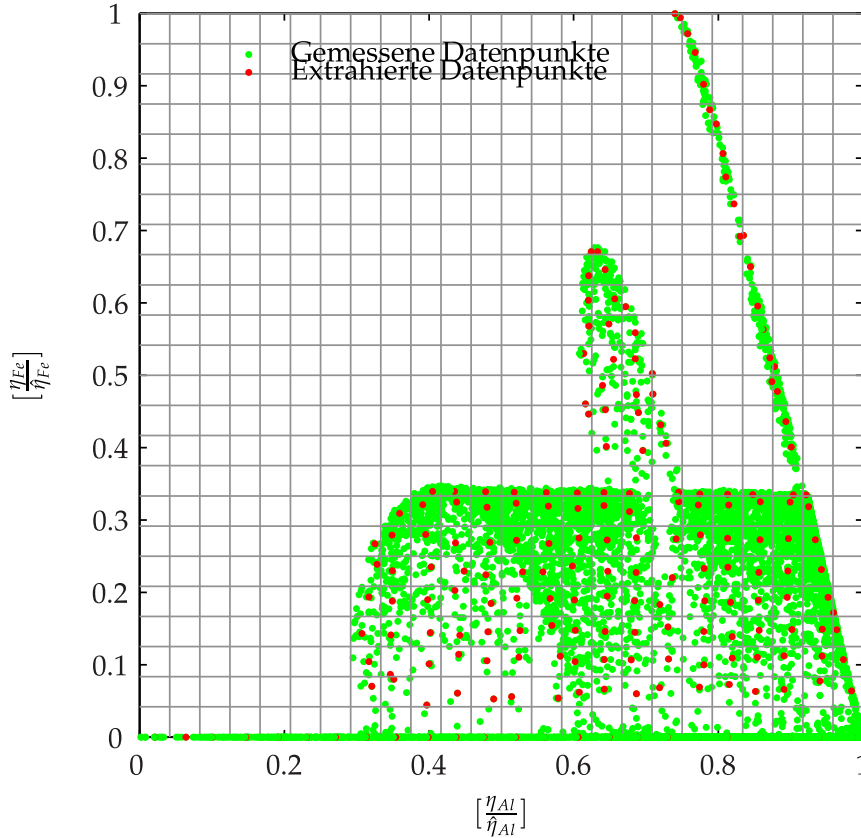


Abbildung 3.18: Einteilung der Punktwolke in ein gleichmäßiges Raster aus Sektoren.

Die Anzahl an Abschwächungswerten innerhalb eines Sektors wird mit $N_{P\#}$ bezeichnet und es gilt:

$$N_P^r = \sum_{i=1}^{N_{\#}^{N_M}} N_{P\#i} \quad (3.50)$$

Da der $(N_M + 1)$ -dimensionale Raum durch die Punktwolke nicht gleichmäßig ausgefüllt wird – die Punktedichte also nicht konstant ist, enthält auch nicht jeder Sektor gleich viele Abschwächungswerte. Für die weitere Berechnung werden nur noch diejenigen Sektoren betrachtet, die eine Mindestanzahl an Punkten $\check{N}_{P\#}$ enthalten. Für jene Sektoren, für die $N_{P\#} > \check{N}_{P\#}$ gilt, wird zunächst der

Schwerpunkt der dazugehörigen Materialdicken berechnet.

$$\bar{\eta}_{\#} = \frac{1}{N_{P\#}} \sum_{i=1}^{N_{P\#}} \eta_{\#i} \quad (3.51)$$

Anschließend werden die $N_{P\#}$ Abschwächungswerte R^P entsprechend des Abstands der Materialdicken zum Schwerpunkt des Rasterfeldes gewichtet und zu einem gemittelten Abschwächungswert $R_{\#}^P$ zusammengefasst. Es gilt:

$$R_{\#}^P = \sum_{i=1}^{N_{P\#}} \frac{1 - W_i}{N_{P\#}} R_i^P \quad (3.52)$$

mit

$$W_i = \frac{\|\bar{\eta}_{\#} - \eta_i\|}{\|\bar{\eta}_{\#} - \hat{\eta}\|} \quad (3.53)$$

und derjenigen Materialdicke $\hat{\eta}$ mit dem maximalen Abstand zum Schwerpunkt

$$\hat{\eta} = \max \{ \|\bar{\eta}_{\#} - \eta_i\| \}, i = 1, 2, \dots, N_{P\#} \quad (3.54)$$

Die so extrahierten Datenpunkte repräsentieren nun eine verkleinerte Punktwolke im $(N_M + 1)$ dimensionalen Raum.

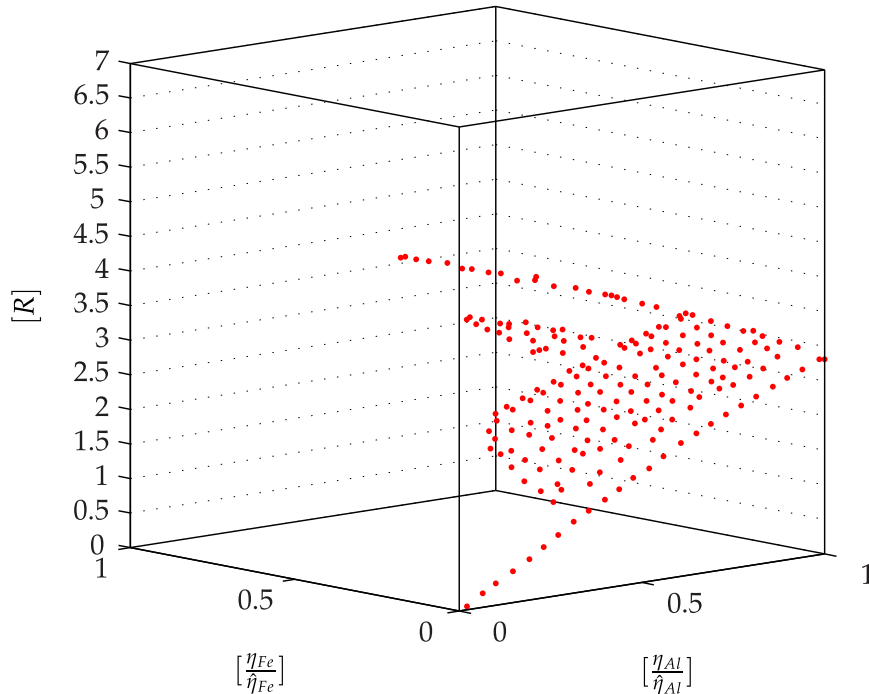


Abbildung 3.19: Extrahierte Abschwächungswerte zur Beschreibung der Nichtlinearität der Messdaten für wenige repräsentative Materialdicken. in Abhängigkeit von der Materialdicke der unterschiedlichen Materialien des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE5_PE0.

Diese reduzierte Punktwolke bildet die Grundlage zur Approximation der Nichtlinearität nach Gleichung (3.48). Hierfür ist eine nichtlineare multiple

Regression notwendig. Das daraus resultierende Funktional beschreibt die bereits erwähnte N_M -dimensionale Hyperfläche. Die Funktion muss stetig differenzierbar und monoton steigend sein. Des Weiteren sollte aufgrund der teilweise immer noch verrauschten, reduzierten Punktwolke die Möglichkeit einer glättenden Wirkung bestehen. Eine weitere Anforderung besteht darin, dass keine äquidistanten Stützstellen notwendig sind.

Für die mehrdimensionale Regression kommen prinzipiell verschiedene Verfahren in Frage. Zunächst kann versucht werden, die Regression mittels eines Polynoms zu erreichen. Wie bereits im Grundlagenkapitel beschrieben, wurden bei homogenen Materialien Polynome von mindestens neuntem Grad empfohlen, was bei N_M Materialien die Anzahl der Koeffizienten schnell steigen lässt. Des Weiteren neigen Polynome zu Oszillationen in Bereichen, wo keine oder nur sehr wenige Datenpunkte vorliegen.

Eine gute Alternative zur Regression mit Polynomen stellen radiale Basisfunktionen (RBF) dar. Diese bieten Möglichkeiten zur Behandlung von mehrdimensionalen nichtlinearen Problemen, neigen nicht zu ungewollten Schwingungen und sind unabhängig in Bezug auf die Wahl der Stützstellen. Des Weiteren kann Einfluss auf den Grad der Glättung genommen werden (vgl. [2, 8–10, 56, 64]).

Es gilt, mit $\Lambda^P(E, \bar{\eta}_\#)$ eine analytische Funktion als Schätzer für R^P zu finden, welche den wahren Zusammenhang zwischen Abschwächung und Materialdicken bestmöglich approximiert. Im Gegensatz zu einer reinen Interpolation wird hier nicht gefordert, dass jeder Datenpunkt $R_\#^P$ direkt mit $\Lambda^P(E, \bar{\eta}_\#)$ übereinstimmt. Vielmehr darf der Funktionswert vom tatsächlichen Wert mit einer Toleranz $\epsilon_\Lambda \geq 0$ abweichen.

$$\|\Lambda^P(\bar{\eta}_\#) - R_\#^P\| < \epsilon_\Lambda \quad (3.55)$$

Bei der Verwendung von radialen Basisfunktionen wird jedem Datenpunkt $\bar{\eta}_\#$ eine radiale Basisfunktion $\lambda(D_\eta)$ mit

$$D_\eta = \|\eta - \bar{\eta}_\#\|, D_\eta \in \mathbb{R}^{N_M} \quad (3.56)$$

zugeordnet, in deren Zentrum sich der Datenpunkt befindet. Es stehen verschiedene Typen von radialen Basisfunktionen zur Verfügung, deren Aussehen sich teilweise über einen zusätzlichen Formparameter c_λ steuern lässt. Eine Aufstellung einiger verbreiteter Basisfunktionen findet sich in der folgenden Tabelle 3.7.

| Bezeichnung | Basisfunktion |
|---------------------|-----------------------------------------------------|
| Linear | $\lambda(D_\eta) = D_\eta$ |
| Multiquadrik | $\lambda(D_\eta) = \sqrt{D_\eta^2 + c_\lambda^2}$ |
| Multiquadrik Invers | $\lambda(D_\eta) = 1/\sqrt{D_\eta^2 + c_\lambda^2}$ |
| Kubisch | $\lambda(D_\eta) = D_\eta^3$ |
| Thin Plate Spline | $\lambda(D_\eta) = D_\eta^2 \log(D_\eta)$ |

Tabelle 3.7: Verschiedene Basisfunktionen.

Die gesuchte analytische Funktion $\Lambda^P(\bar{\eta}_\#)$ stellt nun eine Linearkombination der verwendeten Basisfunktionen sowie einer globalen Funktion $\zeta(D_\eta)$ dar. Mit Hilfe dieser globalen Funktion werden die Datenpunkte zueinander in Übereinstimmung gebracht.

$$\Lambda^P(\eta) = \sum_{i=1}^{N_{P\#}} a_i \lambda(\|\eta - \bar{\eta}_\#\|) + \sum_{j=1}^{N_M} b_j \zeta(\eta) + b_0 \quad (3.57)$$

Die globale Funktion kann beispielsweise eine Polynom niedrigen Grades oder eine Exponentialfunktion sein. Auch hier ist es möglich, mit einem Formparameter c_ξ den Verlauf zu beeinflussen. Tabelle 3.8 zeigt zwei Möglichkeiten für ζ .

| Bezeichnung | Globale Funktion |
|-------------|---------------------------------|
| Polynom | $\zeta(\eta) = \eta^{c_\xi}$ |
| Exponential | $\zeta(\eta) = e^{-c_\xi \eta}$ |

Tabelle 3.8: Globale Funktionen zur Regression mit radialen Basisfunktionen.

Die Koeffizienten $a_1, a_2, \dots, a_{N_{P\#}}$ und b_0, b_1, \dots, b_{N_M} in Gleichung (3.57) werden nun durch Lösen des überbestimmten linearen Gleichungssystems berechnet. Liegen diese vor, kann für beliebige η der entsprechende Funktionswert $\Lambda^P(E, \eta)$ und damit eine Schätzwert für R^P bestimmt werden.

Zur Berechnung des Korrekturbedarfs ist es notwendig, ebenfalls eine monochromatische Abschwächung in Form einer Systemebene zu bestimmen. In Kapitel 2.5.1 *Strahlaufhärtungsartefakte* wurde bereits beschrieben, dass die Anstiege der polychromatischen und monochromatischen Abschwächung im Nullpunkt, also für $\|\eta\| = 0$ identisch sind. Eine monochromatische Approximation lässt sich demnach durch die Berechnung des Gradienten am Nullpunkt bestimmen.

$$\mu^m = \frac{dR^P(\eta = 0)}{d\eta} \quad (3.58)$$

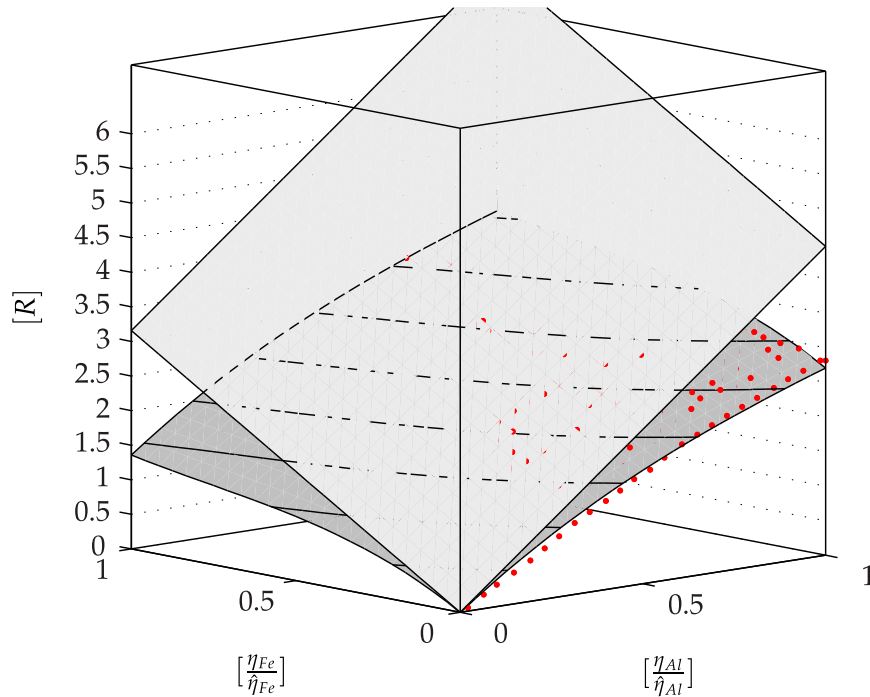


Abbildung 3.20: Darstellung der ermittelten Systemfläche des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE5_PE0. Die Systemfläche wurde durch eine mehrdimensionale Regression mittels radialer Basisfunktionen eingepasst. Zusätzlich ist die passende Systemebene dargestellt, deren Steigung aus dem Anstieg der Systemfläche im Nullpunkt ermittelt wurde.

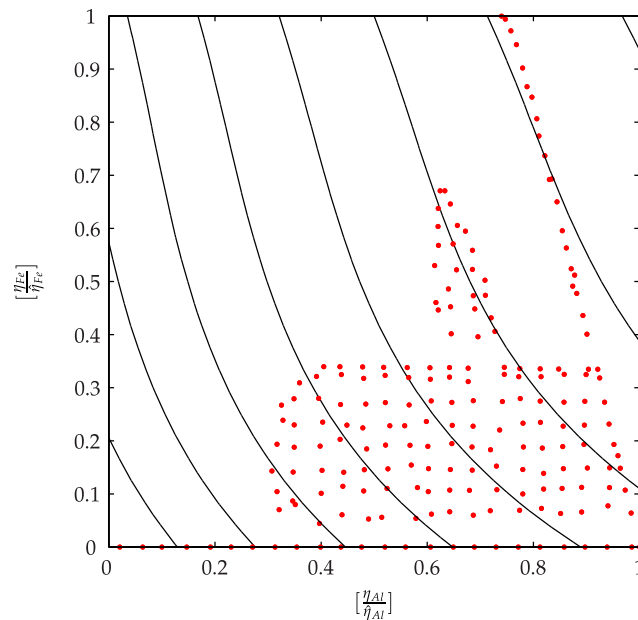


Abbildung 3.21: Schnittlinien zwischen der approximated Systemfläche des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE5_PE0 und verschiedenen Isoabschwächungsebenen. Die Krümmung der Linien deutet neben der reinen Strahlaufhärtung auf weitere Nichtlinearitäten wie z. B. Streustrahlung hin.

Werden die beschriebenen Methoden zur Bestimmung der gesuchten Systemfläche und -ebene angewendet, ergibt sich ein Bild wie in Abbildung 3.20 analog zu Abbildung 3.9 aus Kapitel 3.4.1 *Beschreibung der Nichtlinearität*. Werden die Schnittebenen zwischen der Systemfläche und verschiedenen Isoabschwächungsebenen berechnet, ergibt sich ein Bild wie in Abbildung 3.21. Die Kurven sind hier deutlich gekrümmt, was den Schluss zulässt, dass zusätzlich zur Nichtlinearität aufgrund von Strahlaufhärtung weitere Nichtlinearitäten (bspw. verursacht durch Streustrahlung) vorhanden sind.

3.4.6 Korrektur fehlerhafter Materialdicken

Wird mit dem oben beschriebenen Vorgehen ein Korrekturwert für das aktuelle Pixel berechnet, ist es dennoch möglich, dass dieser Wert nicht korrekt ist. Aufgrund einer fehlerhaften Segmentierung oder aber auch durch Rauschen der einzelnen Intensitätswerte werden durch den Strahlverfolgungsalgorithmus fehlerhafte Materialdicken erzeugt. Dieses Verhalten spiegelt sich in einer mehr oder weniger stark ausgeprägten Schwankungsbreite der einzelnen Punkte innerhalb der Punktwolke wieder. Im korrigierten CT Bild äußert sich eine solche Fehlsegmentierung und anschließende Fehlkorrektur dahingehend, dass Kantenübergänge zwischen verschiedenen Materialien an der bereits fehlerhaften Segmentierung ausgerichtet werden. Das heißt, ein Materialübergang wird an genau jenen Ort "hinkorrigiert", wo er durch die Segmentierung vermutet wurde. Dies entspricht natürlich nicht dem eigentlichen Zweck des Verfahrens und muss verhindert werden. Die folgenden Abbildungen 3.22 und 3.23 verdeutlichen diesen Effekt. Abbildung 3.22 zeigt einen Ausschnitt aus dem segmentierten CT-Bild. Die Segmentierung ist nicht perfekt und weist zwei markante Fehlsegmentierungen auf, die auf die hier vorliegenden stark ausgeprägten Artefakte zurückzuführen sind. Das korrigierte CT-Bild in Abbildung 3.23 zeigt, wie beim Vernachlässigen einer Materialdickenkorrektur das vermeintlich verbesserte CT-Bild an das segmentierte CT-Bild "hinkorrigiert" wird.

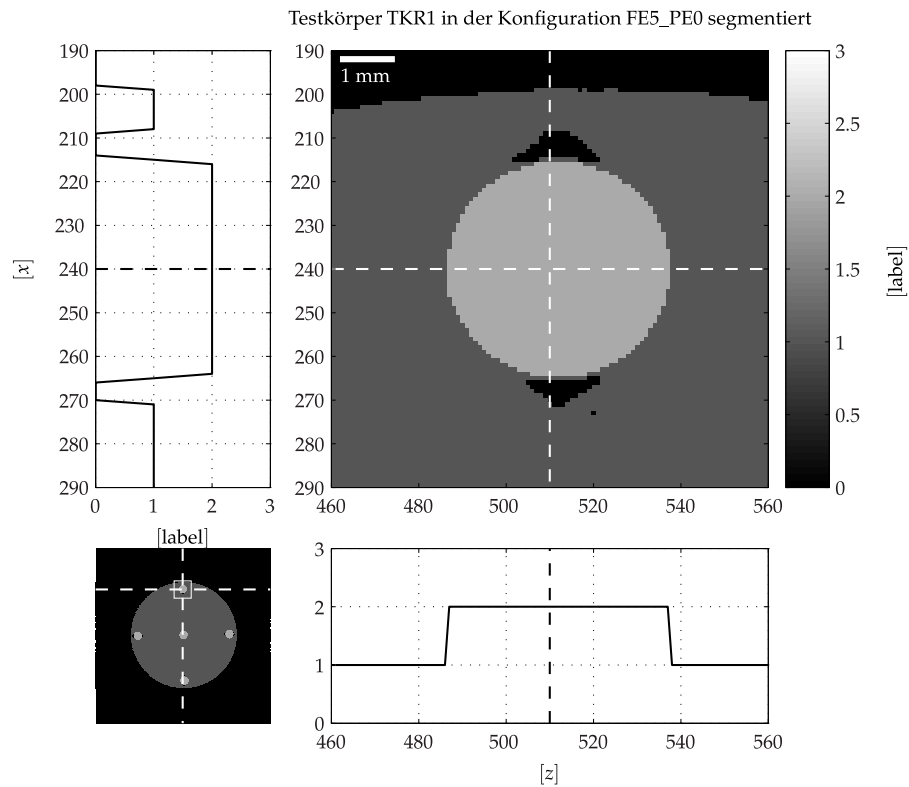


Abbildung 3.22: Ausschnittvergrößerung des in den Kapiteln zuvor verwendeten Prüfkörpers. Die Segmentierung ist aufgrund der Artefakte nicht korrekt. Es sind Bereiche zu erkennen, die fälschlicherweise keinem Material zugeordnet wurden.

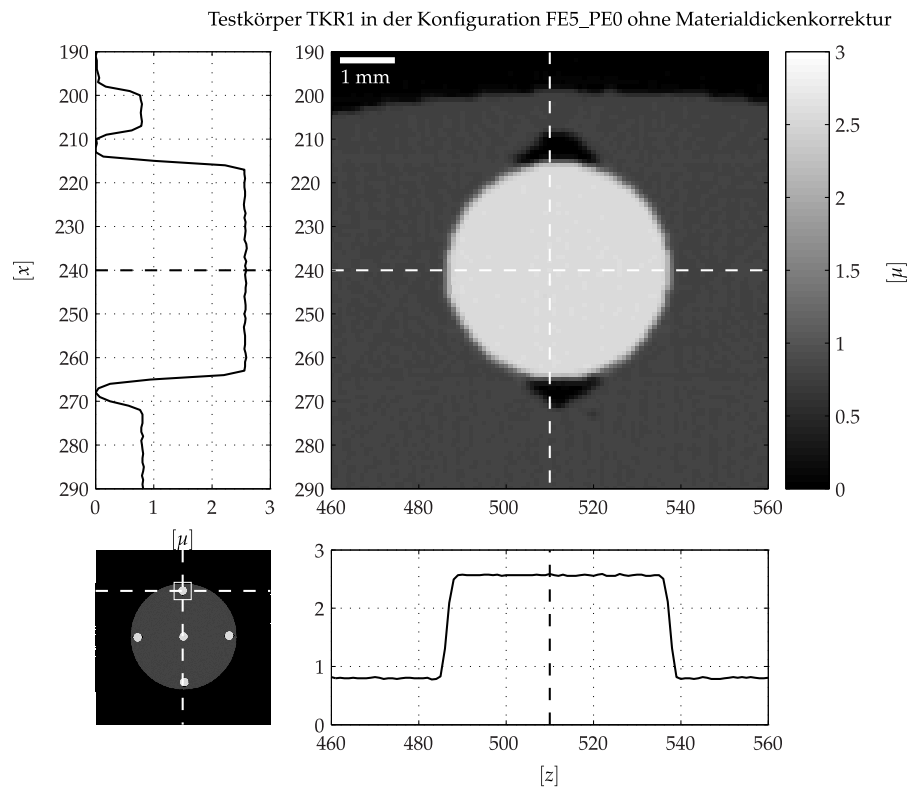


Abbildung 3.23: Ergebnis des Korrekturverfahrens ohne eine Korrektur der Materialdicken. Das korrigierte Bild wird zum segmentierten Bild "hinkorrigiert".

Dieser Effekt ist natürlich nicht erwünscht und stellt zudem die Gefahr dar, dass Bilder falsch interpretiert werden. Die Ursache dafür ist bekannt und lässt sich gut anhand der folgenden Abbildung 3.24 erläutern. Hier wird das Problem anhand eines eindimensionalen – also einmaterialigen – Beispiels verdeutlicht.

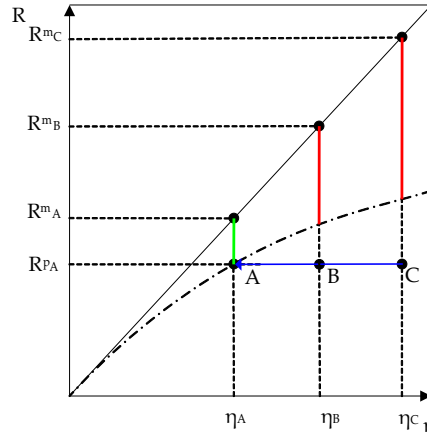


Abbildung 3.24: Schematische Darstellung der Auswirkung einer fehlerhaften Materialdicke auf die Berechnung eines Korrekturwertes für ein einmaterialiges Objekt. Punkt A erzeugt einen korrekten Korrekturwert. Die Punkte B und C liefern fehlerhafte Korrekturwerte, aufgrund falscher Materialdicken.

Durch die Strahlverfolgung wurden ausreichend viele Wertepaare erzeugt, um eine Systemlinie zu generieren, die die Punktwolke hinreichend genau approximiert. Das bisherige Korrekturverfahren arbeitet dergestalt, dass es einen vorhandenen Punkt der Punktwolke von der polychromatischen auf die monochromatische Kennlinie abbildet und den dabei anfallenden Differenzbetrag als Korrekturwert in die Berechnung einer korrigierten Intensität einfließen lässt. Dieses Vorgehen funktioniert sehr gut für alle Punkte die wie Punkt A in unmittelbarer Nähe oder direkt auf der approximierten Kennlinie liegen. In Punkt B und C ist dies allerdings nicht der Fall. Durch eine fehlerhafte Segmentierung wurden hier die Materialdicken durch das Objekt überschätzt – die gemessene Abschwächung jedoch ist identisch mit der von Punkt A.

$$R^p(\eta_A) = R^p(\eta_B) = R^p(\eta_C) \quad (3.59)$$

$$= \Lambda^p(\eta_A) \neq \Lambda^p(\eta_B) \neq \Lambda^p(\eta_C) \quad (3.60)$$

Durch die Interpolation mit Hilfe der Kennlinie werden die Werte der mono- und polychromatischen Strahlsummen für die Materialdicken η_B bzw. η_C berechnet. Dadurch ergibt sich hier im Gegensatz zum Punkt A ein zu großer Korrekturwert für die Punkte B und C und somit ein verfälschtes Korrekturbild.

Um dieses Verhalten zu vermeiden, ist es notwendig, die berechneten Materialdicken η zu korrigieren. Die korrigierten Materialdicken η^k werden ermittelt, indem die Punkte B und C horizontal, d. h. bei gleicher Abschwächung in den Schnittpunkt mit der polychromatischen Kennlinie verschoben werden. Für die korrigierten Weglängen gilt dann

$$\eta_A = \eta_A^k = \eta_B^k = \eta_C^k. \quad (3.61)$$

Mathematisch betrachtet handelt es sich hierbei um ein nicht-lineares Optimierungsproblem. Zur Lösung dessen stehen eine Vielzahl an bekannten Verfahren zur Verfügung wie z. B. das Newton- oder Gradientenverfahren. Da diese Optimierung für jedes Pixel einer jeden Projektion durchgeführt werden muss, ist es wichtig, ein Verfahren zu verwenden, welches möglichst wenige Rechenoperationen benötigt. Dafür bieten sich ableitungsfreie Methoden wie die Bisektion oder das Sekantenverfahren an. Letzteres wird hier verwendet, da $\Lambda^P(\eta)$ stetig und monoton steigend ist und somit der Rechenaufwand minimiert wird.

Ein verbesserter Wert η_1^k für η_1 liegt im Schnittpunkt der Geraden g_1 , welche den Funktionswert $\Lambda^P(\eta_1)$ an der aktuellen Stelle η_1 mit einem Bezugspunkt $\Lambda^P(\eta_0)$ an der Stelle η_0 verbindet und der Geraden g_2 – der Isoabschwächungsgeraden mit dem gemessenen Abschwächungswert. Es gelten folgende Geradengleichungen

$$g_1 : \eta \rightarrow R = (\Lambda^P(\eta_1) - \Lambda^P(\eta_0)) \frac{\eta - \eta_0}{\eta_1 - \eta_0} + \Lambda^P(\eta_1) \quad (3.62)$$

$$g_2 : \eta \rightarrow R = R^P. \quad (3.63)$$

Als Schnittpunkt und somit als verbesserter Wert für die Weglänge ergibt sich folgender Ausdruck:

$$\eta^k = \frac{R^P - \Lambda^P(\eta_0)}{\Lambda^P(\eta_0) - \Lambda^P(\eta_1)} \cdot (\eta_0 - \eta_1) + \eta_1 \quad (3.64)$$

Für den Fall, dass als Bezugspunkt der Koordinatenursprung gewählt wird, vereinfacht sich Gleichung (3.64) zu

$$\eta^k = \frac{R^P}{\Lambda^P(\eta_1)} \cdot \eta_1. \quad (3.65)$$

Abbildung 3.25 zeigt das prinzipielle Vorgehen beim Sekantenverfahren.

Die Korrekturschleife wird so lange wiederholt, bis die Differenz aus gemessener Abschwächung R^P und dem ermittelten Funktionswert $\Lambda^P(\eta^k)$ der korrigierten Materialdicke kleiner ist als ein definierter Grenzwert ϵ_η .

$$\|\Lambda^P(\eta) - R^P(\eta)\| < \epsilon_\eta \quad (3.66)$$

Die Abbildung 3.26 zeigt ein zweidimensionales Korrekturproblem. Hierbei liegen die Punkte B und C wiederum abseits der generierten Systemfläche. Die Berechnung der Korrekturwerte würde analog zum eindimensionalen Beispiel auch hier falsche Ergebnisse liefern. Um dies zu vermeiden, müssen B und C auf der Isoabschwächungsebene zum Schnittbereich mit der Systemfläche verschoben werden. Allerdings ist nun keine eindeutige Zuordnung mehr möglich. Vielmehr sind unendlich viele Positionen auf dieser Schnittkurve denkbar. Da keiner Position der Vorrang gegeben werden kann, wird an dieser Stelle eine Verschiebung in Richtung Nullpunkt vorgenommen. Auf diese Weise wird erreicht, dass die Punkte B und C in die Punkte B' und C' verschoben werden und somit auf der Systemfläche liegen. Es ist allerdings ersichtlich, dass das Erreichen des Punktes A innerhalb eines Korrekturschrittes auf diese Weise für beide Punkte B und C nicht möglich ist. Im Kapitel 3.4.7 *Konvergenz* wird gezeigt, dass durch iteratives Wiederholen des Korrekturverfahrens ermöglicht wird, Punkt A trotzdem zu erreichen. Dennoch gilt zunächst

$$\eta_A \neq \eta_A^k \neq \eta_B^k \neq \eta_C^k. \quad (3.67)$$

Die folgende Abbildung 3.27 zeigt das Ergebnis der Materialdickenkorrektur anhand des bereits zuvor verwendeten Datensatzes. Zur besseren Veranschaulichung ist links ein Ausschnitt für das Abschwächungsintervall $[2,993,01]$ dargestellt. Es ist gut zu erkennen, wie die Materialdicken entlang einer gedachten Linie zum Koordinatenursprung (nicht Teil der Grafik) auf die Systemfläche verschoben werden. Rechts ist dargestellt, wie das Ergebnis der Materialdickenkorrektur für alle Abschwächungen aussieht, die ausschließlich Aluminiumanteile aufweisen. Hier ist gut zu erkennen, wie die Materialdicken auf einem konstanten Abschwächungsniveau auf die Kennlinie verschoben werden.

In Bezug auf die Mathematik des Korrekturverfahrens hat die Materialdickenkorrektur folgende Auswirkung: Es wird erreicht, dass der Schätzwert für die polychromatische Abschwächung bei Verwendung der korrigierten Materialdicken $\Lambda^P(\eta^k)$ bis auf den vernachlässigbaren Restfehler ϵ_η der gemessenen Abschwächung $R^P(\eta)$ entspricht.

$$R^P(\eta) = \Lambda^P(\eta^k) \quad (3.68)$$

Eingesetzt in Gleichung (3.42) vereinfacht sich Gleichung (3.44) zu Gleichung (3.69) und Gleichung (3.47) zu (3.70).

$$R^k(E, \eta) = \Lambda^m(\eta_k) \quad (3.69)$$

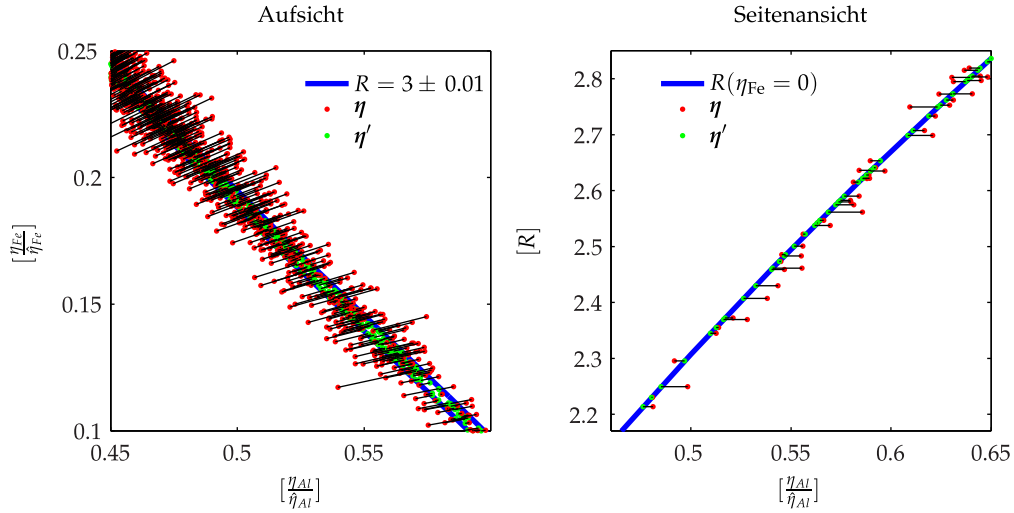


Abbildung 3.27: Ergebnis der Materialdickenkorrektur. Unkorrigierte Punkte werden auf die Systemfläche verschoben. Dargestellt ist jeweils ein Ausschnitt der Systemfläche.

$$I^k(E, \eta) = I^0(E) e^{-\langle \mu^m, \eta_k \rangle} \quad (3.70)$$

Die Berechnung der korrigierten Intensitätswerte beschränkt sich nach der Materialdickenkorrektur somit lediglich auf die Berechnung von monochromatischen Abschwächungen anhand der korrigierten Materialdicken und den zuvor ermittelten Schwächungskoeffizienten für jedes Material. Abbildung 3.28 zeigt das Ergebnis der Korrektur unter Berücksichtigung einer Materialdickenanpassung.

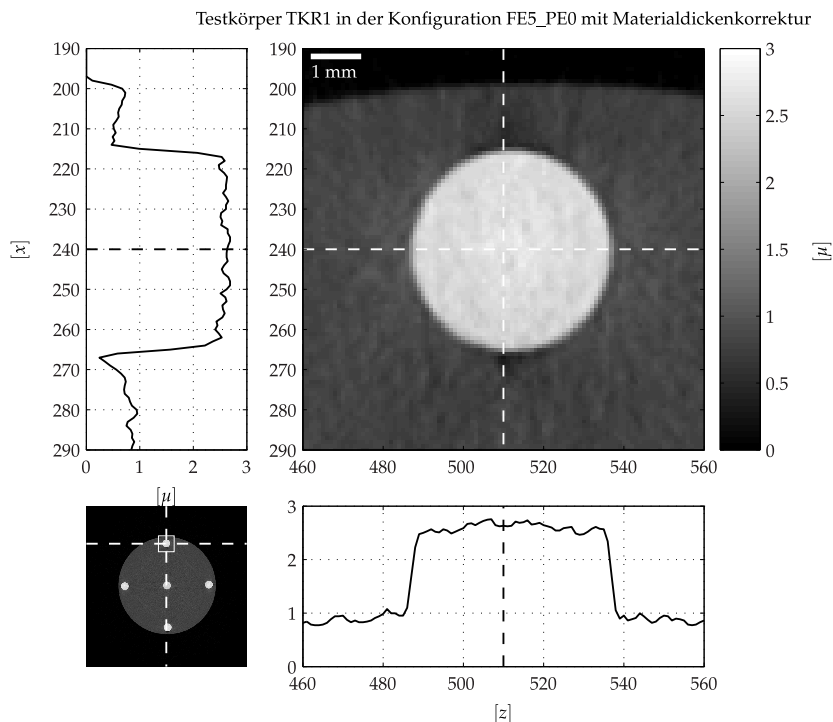


Abbildung 3.28: Ergebnis des Korrekturverfahrens mit einer Korrektur der Materialdicken.

3.4.7 Konvergenz

Ist das resultierende korrigierte CT-Bild noch nicht ausreichend von Artefakten befreit, kann durch iteratives Wiederholen der einzelnen Korrekturschritte eine weitere Verbesserung der Daten erreicht werden. Mit zunehmender Anzahl an Iterationen unterscheidet sich das jeweils resultierende CT-Bild immer weniger vom vorherigen CT-Bild – man kann hierbei von einem konvergierenden Verhalten sprechen. Im Zuge dessen muss eine geeignete Möglichkeit gefunden werden, die Korrektur zu einem geeigneten Zeitpunkt abubrechen. Zunächst stellt sich die Frage eines geeigneten Abbruchkriteriums. In [39] wird als Terminierungskriterium die Differenz zweier aufeinander folgender Kennlinien vorgeschlagen, die unter einen bestimmten Wert abfällt. Dieses Vorgehen ist dort anwendbar, da es sich in diesem Fall um eine eindimensionale Kennlinie handelt, die die Beziehung zwischen Materialdicke und Intensität abbildet. Bei dem hier vorgestellten Verfahren liegen zur Beschreibung der Nichtlinearität allerdings nur die berechneten Koeffizienten der Radialen Basisfunktionen und die dazugehörigen Datenpunkte vor. Da die Datenpunkte bei jedem Korrekturschritt unterschiedliche Positionen haben, sind auch die Koeffizienten jedes Mal unterschiedlich. Das heißt, allein anhand der Werte der Koeffizienten lässt sich kein Konvergenzkriterium definieren. Alternativ können Konvergenzkriterien anhand der in Kapitel 2.6 *Bewertungskriterien* gefundenen Bewertungskriterien definiert werden. In die Berechnung der einzelnen Werte werden alle Voxel des verbesserten Volumens herangezogen, die durch das vorhergehende Segmentierungsverfahren einem bestimmten Material zugeordnet wurden. Auf diese Weise kann für jedes Material einzeln bspw. die Homogenität bestimmt werden. In Abbildung 3.29 sind die Bewertungskriterien Rauschen, Homogenität und Kontrast für den in den Kapiteln zuvor verwendeten Testkörper TKR01 in der Konfiguration FE5_PE0 dargestellt. Dabei wurden 20 Iterationen durchlaufen.

Betrachtet man die Kurvenverläufe in Abbildung 3.29, fällt auf, dass die Homogenität der Stahlkomponente mit einem Wert von 0,82 zunächst relativ schlecht ist. Dies ist auf den Cupping-Effekt zurückzuführen. Nach zwei Iterationen ist die Homogenität bereits auf 0,95 angestiegen und steigert sich im Verlauf der folgenden Iterationen bis auf 0,96. Der Kontrast zwischen den beiden Bildregionen für Aluminium und Stahl ist zunächst mit einem Wert von 0,6 relativ gering. Nach zwei Iterationen steigt der Wert auf 0,75 und bleibt auf diesem konstant hohen Niveau. Der Wert für das Rauschmaß nimmt bereits nach einer Iteration für beide Materialkomponenten um über 80 % ab. Die erreichten

Werte verändern sich im Laufe der folgenden Iterationen nur noch unwesentlich. Diese enorme Reduktion des Rauschwertes lässt sich mit der Verringerung des Cupping-Artefakts erklären. Durch das Angleichen der Schwächungskoeffizienten entfallen die starken Überhöhungen an den Rändern der verschiedenen Bildregionen, was zu einer signifikanten Reduktion der Standardabweichung aller Bildelemente dieser Bildregion führt.

Mit Hilfe des in Kapitel 2.6 *Bewertungskriterien* definierten Rangkorrelationskoeffizienten kann das Konvergenzverhalten ebenfalls untersucht werden. Das Ähnlichkeitsmaß wird zwischen den CT-Bildern zweier aufeinander folgender Iterationen bestimmt. Auch hier zeigt sich, dass nach zwei Iterationen keine wesentliche Änderung mehr eintritt. Der durchschnittliche Korrelationskoeffizient beträgt nach der zweiten Iteration 0,995.

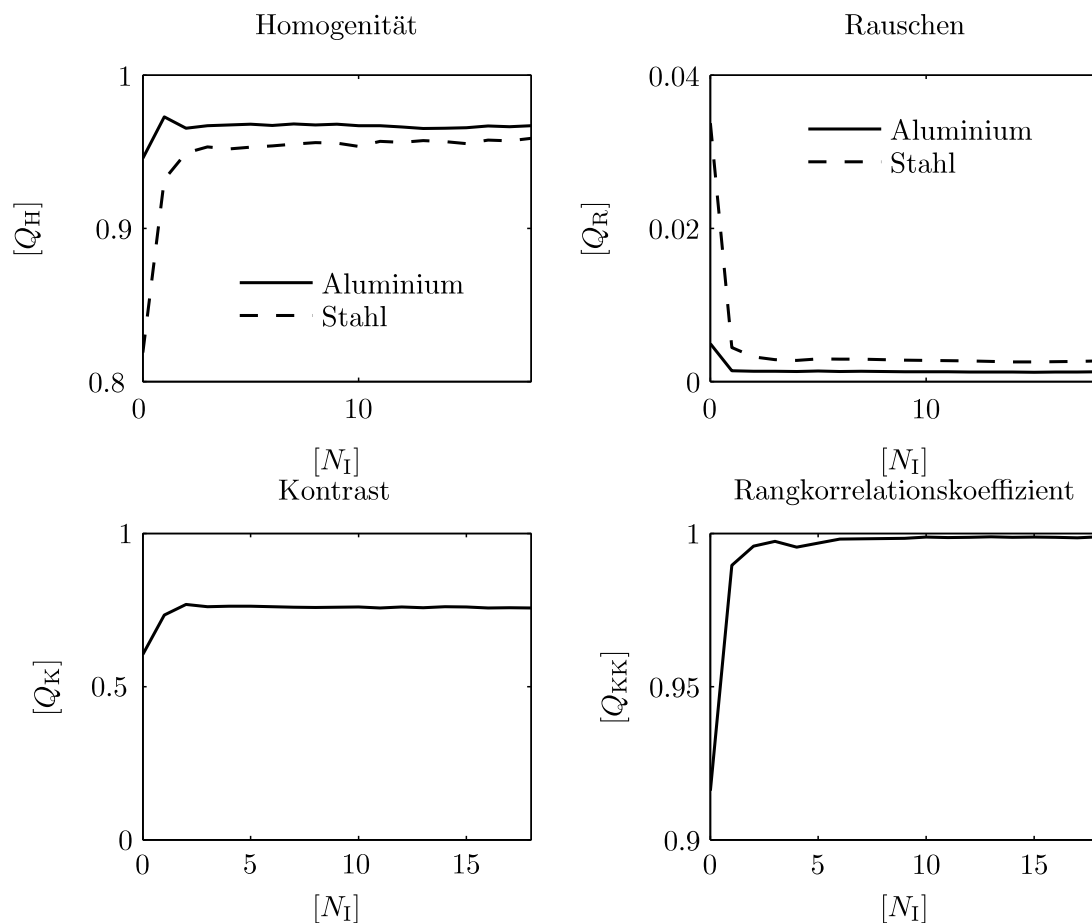


Abbildung 3.29: Verlauf der Bildgütekriterien Homogenität, Rauschen, Kontrast und Korrelation. Bereits nach einer Iteration sind die Werte wesentlich verbessert. Nach 2-3 Iterationen bleiben die Werte relativ konstant.

Die unterschiedlichen Bewertungskriterien zeigen, dass spätestens nach der dritten Iteration keine wesentliche Verbesserung der Daten eintritt. Daher kann

das Verfahren nach drei Iterationen abgebrochen werden. Je nach Ausprägung der Artefakte im unkorrigierten CT-Bild ist es natürlich möglich, dass zusätzlich Iterationen durchlaufen werden müssen.

Im Kapitel 3.4.6 *Korrektur fehlerhafter Materialdicken* wurde zur Materialdickenkorrektur eine Methode verwendet, die die Punkte der Punktwolke auf der Isoabschwächungsebene entlang einer Geraden zum Koordinatenursprung verschiebt. Dies ist notwendig, da aufgrund der unendlichen Anzahl an Kombinationsmöglichkeiten keiner Variante der Vorrang gegeben werden kann. Allerdings wird dabei in Kauf genommen, dass die Punkte nach einer Iteration nicht auf den exakten Wert verschoben werden. Durch das iterative Durchlaufen des Korrekturverfahrens wird jedoch ermöglicht, dass sich die Punkte dem exakten Wert annähern. Die folgende Abbildung zeigt, wie sich die bestimmten Materialdicken für einen bestimmten Messwert innerhalb des Messobjekts beim Durchlaufen der verschiedenen Iterationen ändert. Nach der ersten Iteration wird die Materialdicke bereits fast vollständig korrigiert.

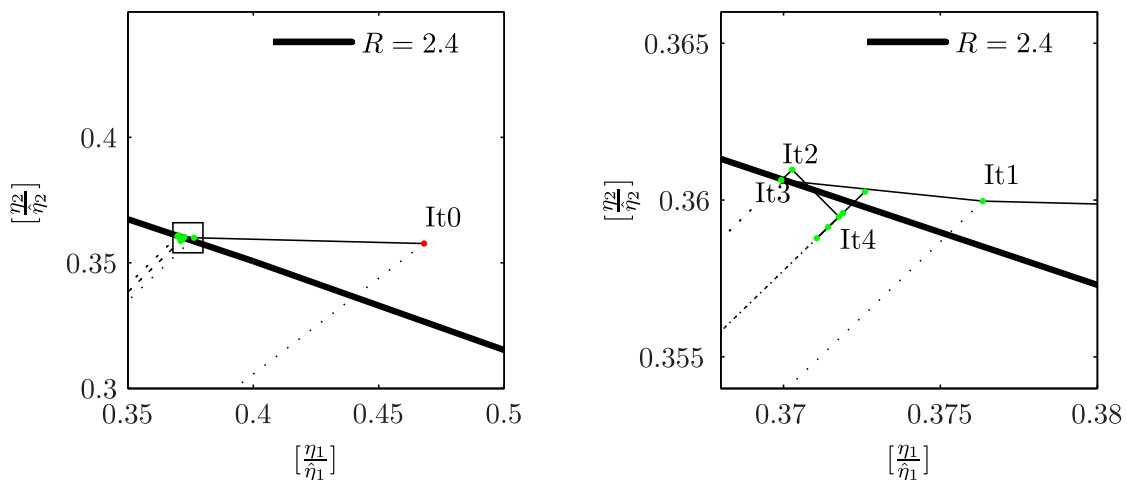


Abbildung 3.30: Veränderung der berechneten Materialdicken für ein ausgesuchtes Pixel in Abhängigkeit von der Anzahl der durchlaufenen Iterationen. Nach der ersten Iteration wurden die Materialdicken aufgrund einer fehlerhaften Segmentierung nicht korrekt bestimmt. Durch die Materialdickenkorrektur wird der Punkt *It0* entlang der gestrichelten Linie auf die Systemfläche verschoben. Bereits in der zweiten Iteration hat der Punkt aufgrund einer nun verbesserten Segmentierung eine wesentlich exaktere Position. Rechts dargestellt ist eine Ausschnittsvergrößerung der in der Abbildung links eingezeichneten ROI.

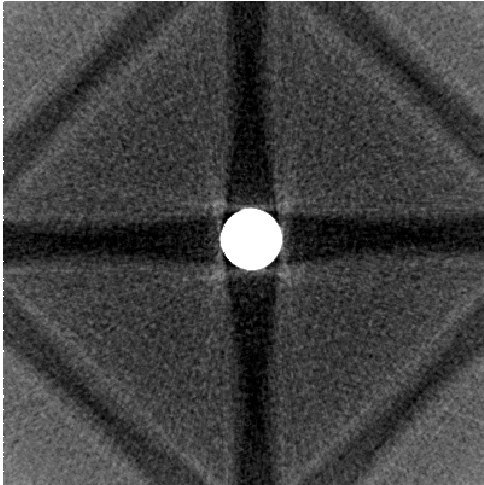
3.4.8 Möglichkeiten zur Verfahrensoptimierung

In diesem Kapitel werden Möglichkeiten vorgestellt, das hier entwickelte Verfahren zur Korrektur von Nichtlinearitäten in heterogenen Messobjekten weiter zu optimieren. Dabei steht vor allem die Optimierung in Bezug auf Speichernutzung und Rechengeschwindigkeit im Fokus.

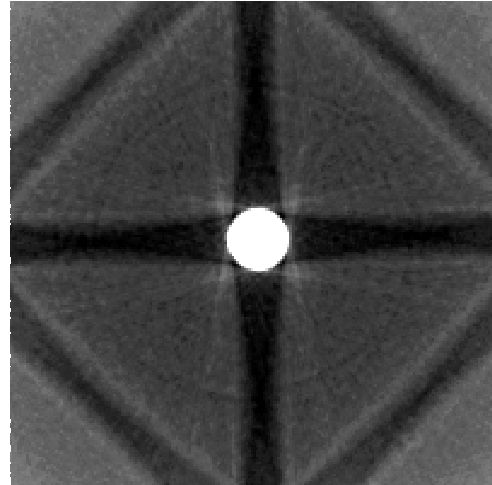
In Bezug auf das Korrekturverfahren nimmt zu diesem Punkt die Berechnung der durchstrahlten Materialdicken im Messobjekt die meiste Rechenzeit in Anspruch. Insbesondere dann, wenn das CT-Bild mit maximaler Ortsauflösung rekonstruiert wird, ist die Strahlverfolgung sehr zeitintensiv. Eine Verringerung der Rechenzeit – vor allem für Rekonstruktion und Strahlverfolgung – kann durch eine Erhöhung der Voxelgröße D_V um den Faktor F_V erreicht werden. Hierbei wird die Anzahl der Voxel im CT-Bild N_V verringert. Für die darauf folgenden Korrekturprozesse ist die Ortsauflösung somit zusätzlich begrenzt und es geht Objektdetailinformation zunächst verloren. Auf diese Weise können mit verringertem Rechenaufwand mehrere Iterationen des Korrekturprozesses durchlaufen werden. Beispielsweise führt eine Verdoppelung der Voxelkantlänge ($F_V = 2$) zu einer Reduzierung der Anzahl der Voxel um den Faktor 8, einem in etwa um den gleichen Faktor reduzierten Rechenaufwand und damit zu Verringerung der Rechenzeit von über 80 %. Abbildung 3.31 zeigt ein Detail des in den Kapiteln zuvor verwendeten Prüfkörpers. Die Voxelgröße wurde jeweils verdoppelt. Deutlich ist der Verlust an Detailinformation zu erkennen.

Wird die ursprüngliche Voxelgröße und damit Ortsauflösung für eine abschließende Iteration benötigt, ist es möglich, die aus der Strahlverfolgung gewonnenen Materialdicken als Grundlage für eine Interpolation zu nutzen, um so Eingangswerte für die Materialdickenkorrektur zu erhalten. Als Interpolationsverfahren sind im Prinzip alle gängigen Methoden geeignet. Der Interpolationsfehler ist bei einer bilinearen Interpolation am größten, allerdings ist hierbei die Ersparnis an Rechenzeit auch am größten. Die zusätzliche Genauigkeit, die Interpolationsverfahren höherer Ordnung liefern, kann als vernachlässigbar betrachtet werden, weshalb hier eine bilineare Interpolation verwendet wird. Durch die Interpolation wird die zuvor verloren gegangene Objektdetailinformation zwar nicht wiederhergestellt – die Verwendung der originalen Messwerte der Röntgenabschwächung für die Materialdickenkorrektur erlaubt jedoch die fehlende Information zum großen Teil wieder zuzuführen.

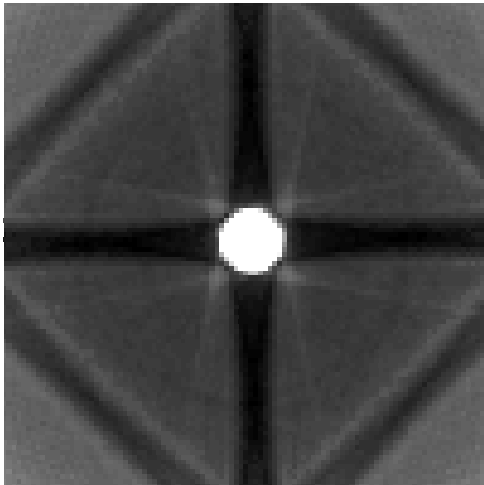
$$F_V = 1, D_V = 79.500 \mu\text{m}$$



$$F_V = 2, D_V = 158.990 \mu\text{m}$$



$$F_V = 4, D_V = 317.980 \mu\text{m}$$



$$F_V = 8, D_V = 635.970 \mu\text{m}$$

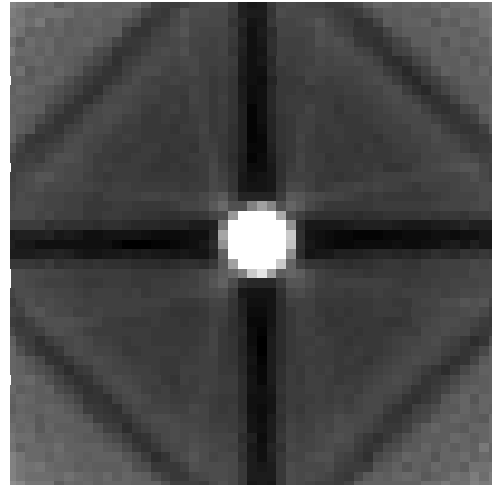
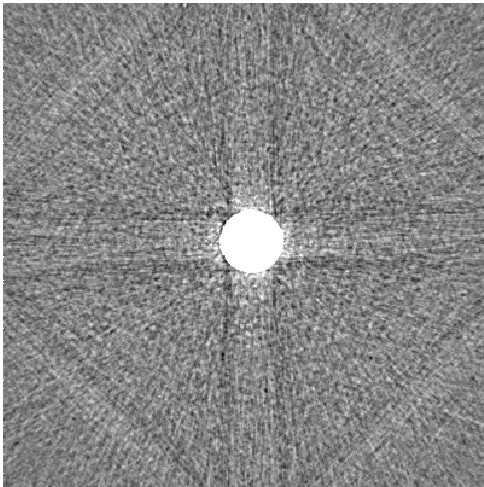


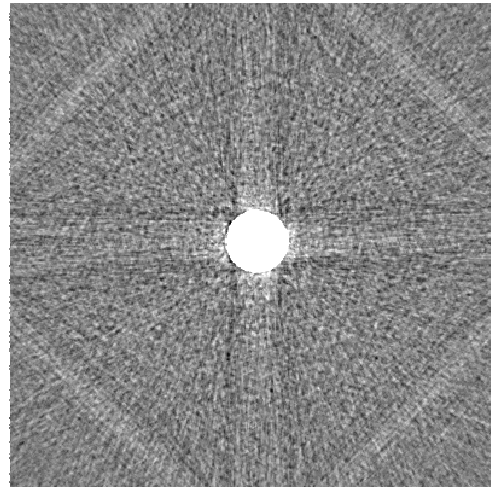
Abbildung 3.31: Detail des in den Kapiteln zuvor verwendeten Prüfkörpers rekonstruiert mit verschiedenen Voxelgrößen.

Die folgende Abbildung 3.32 zeigt das Ergebnis der Korrektur nach einer Iteration unter Verwendung von verkleinerten Daten zu Materialdickenbestimmung. Es ist jeweils das Bewertungskriterium C_{KK} als Korrelationskoeffizient zwischen dem Bildausschnitt bei Originalgröße und dem Bildausschnitt bei der jeweiligen der Verkleinerungsstufe dargestellt. Es ist zu erkennen, dass das Ergebnis der Korrektur trotz der zuvor verloren gegangenen Detailinformation zu hohem Maße mit dem Korrekturergebnis der nicht verkleinerten Daten übereinstimmt.

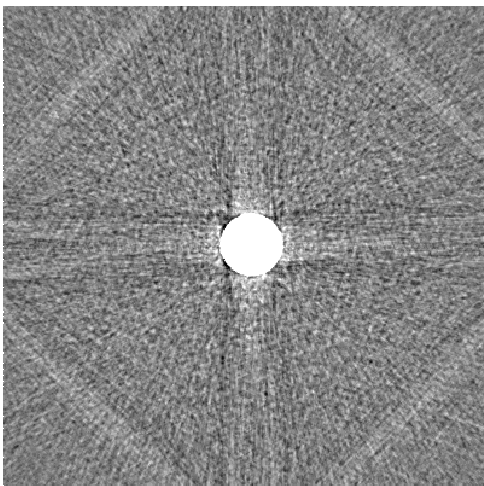
$$F_V = 1, Q_{KK} = 1.000$$



$$F_V = 2, Q_{KK} = 0.984$$



$$F_V = 4, Q_{KK} = 0.970$$



$$F_V = 8, Q_{KK} = 0.973$$

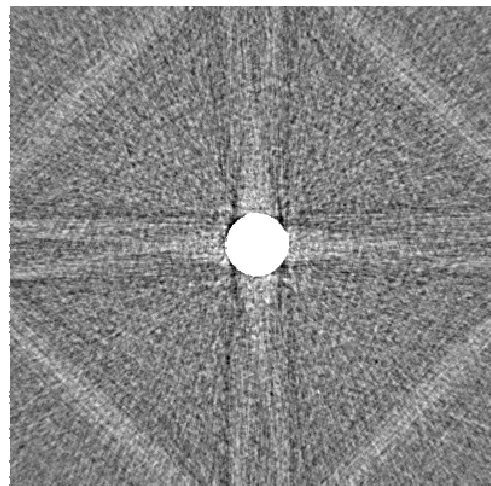


Abbildung 3.32: Ergebnis der Korrektur nach einer Iteration unter Verwendung von verkleinerten Daten zur Materialdickenbestimmung. Das Bewertungskriterium C_{KK} zeigt, dass das Ergebnis der Korrektur trotz zwischenzeitlicher Verringerung der Voxelgröße stark mit dem korrigierten Daten in Originalgröße korreliert.

Eine beliebige Erhöhung der Voxelgröße ist allerdings nicht sinnvoll. Man stelle sich dazu ein CT-Bild mit nur einem Voxel vor. Aus diesem Bild kann keine sinnvolle Materialdickeninformation gewonnen werden. Sinnvolle Werte für F_V sind 2 bis 8. Zur Bestimmung der Nichtlinearität in Form der gesuchten Systemfläche bzw. -ebene ist eine Erhöhung der Voxelgröße jedoch nicht zu empfehlen. Bei einer Erhöhung der Voxelkantenlänge gehen insbesondere Infor-

mationen über das Schwächungsverhalten von kurzen Materialdicken verloren. Dieser Materialdickenbereich ist jedoch gerade jener, in welchem ein Großteil der Strahlauhfärtungsartefakte entsteht. Gerade bei zylindrischen Objekten kann dies problematisch werden. Die Anzahl der Abschwächungswerte, die durch kurze Sehnen (Sekantenabschnitte) erzeugt werden, ist klein im Vergleich zur Anzahl der Abschwächungswerte, die durch lange Sehnen erzeugt werden. Durch eine größere Voxelgröße wird die Anzahl der kurzen Materialdicken zusätzlich reduziert. Abbildung 3.33 zeigt, wie viele Abtastpunkte bei einem zylindrischen Objekt in Parallelstrahlgeometrie in Abhängigkeit von der Voxelgröße zur Verfügung stehen. Die Voxelgröße ist hier relativ als Vielfaches des Zylinderdurchmessers angegeben. Je höher die relative Voxelgröße, desto weniger Pixel liefern Werte für kurze Materialdicken. Bei einer Voxelgröße von einem 1/128 des Zylinderradius entfallen lediglich sechs von 128 verfügbaren Materialdicken auf die ersten 25 % des vorhandenen Materialdickenbereichs. Interessant ist, dass das Verhältnis der logarithmierten Pixelanzahl der verschiedenen Bereiche zueinander konstant bleibt.

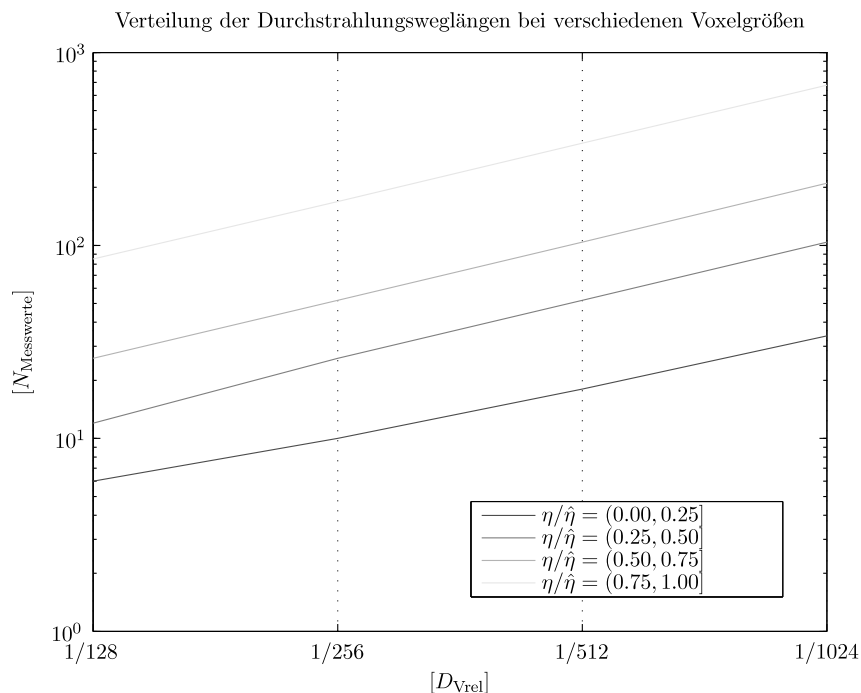


Abbildung 3.33: Abhängigkeit der Anzahl an verfügbaren Messwerten je Materialdickenbereich von der Voxelgröße für ein zylindrisches Objekt gemessen in Parallelstrahlgeometrie. Je weniger Voxel das CT-Bild aufweist desto weniger Information steht über die kurzen Materialdicken zur Verfügung.

Aufgrund der bei zu hoher Voxelgröße möglicherweise zu geringen Anzahl an Messpunkten für kurze Materialdicken kann die Punktwolke nicht adäquat mit

entsprechenden Werten gefüllt werden. Die entstehenden Lücken werden zwar durch die Regression wieder geschlossen – allerdings wird dabei der Verlauf der Nichtlinearität nicht exakt wiedergegeben. Eine Möglichkeit zur Umschiffung dieses Problems ist, für die Bestimmung der Nichtlinearität die volle Auflösung ($F_V = 1$) und nur wenige Detektorzeilen zu verwenden $N_{Py} \ll N_{Px}$. Dadurch wird der Rechenaufwand signifikant reduziert und die Information über kurze Materialdicken bleibt erhalten. Es muss allerdings gewährleistet sein, dass die gewählten Detektorzeilen auch möglichst alle Materialdicken-Kombinationen abdecken.

Eine weitere Möglichkeit zur Datenreduktion ist eine Reduktion der Drehwinkelschritte $N_{\Delta\phi}$ um den Faktor $F_{\Delta\phi}$. Dabei wird nur jede $F_{\Delta\phi}$ -te Projektion für die Strahlverfolgung verwendet. Wie schon bei der Erhöhung der Voxelgröße wird auch hier vor dem Schritt der Materialdickenkorrektur die ursprüngliche Anzahl an Winkelschritten durch Interpolation wiederhergestellt. Als Interpolationsverfahren wird eine lineare Interpolation verwendet. Die Materialdicke für einen zu interpolierenden Winkelschritt errechnet sich aus

$$\eta^i = W_{\Delta\phi} \eta(\phi) + (1 - W_{\Delta\phi}) \eta(\phi + \Delta\phi) \quad (3.71)$$

mit

$$W_{\Delta\phi} = \frac{\phi}{\Delta\phi} - \left\lfloor \frac{\phi}{\Delta\phi} \right\rfloor. \quad (3.72)$$

Bei der Reduktion der Drehwinkelschritte entsteht allerdings ein Fehler $\epsilon_{\Delta\phi}$ als Differenz zwischen den originalen und den interpolierten Materialdicken, der je nach Form und Lage des Objekts im Rekonstruktionszylinder stark schwanken kann.

$$\epsilon_{\Delta\phi} = \frac{1}{N_{PD}} \sum_{i=1}^{N_{PD}} |\eta_i - \eta_i^i| \quad (3.73)$$

Generell gilt: Je kleiner die Rotationsinvarianz der Messanordnung (Objekt und dessen Positionierung im Rekonstruktionszylinder) und je größer $F_{\Delta\phi}$, desto größer wird $\epsilon_{\Delta\phi}$. Abbildung 3.34 zeigt dabei ein nicht rotationsachsensymmetrisches Objekt in Form von drei gestapelten Hohlkugeln, welche am Rand des Rekonstruktionszylinders angeordnet sind. In den beiden linken Spalten wird das Objekt bei unterschiedlichen Drehwinkeln gezeigt. Aus diesen Positionen wird durch Interpolation der fehlende, dazwischenliegende Winkelschritt berechnet. Es ist zu erkennen, dass der Unterschied zwischen realem und interpoliertem Bild bei $\phi = 0$ rad sehr viel kleiner ist, als bei $\phi = \frac{\pi}{4}$ rad.

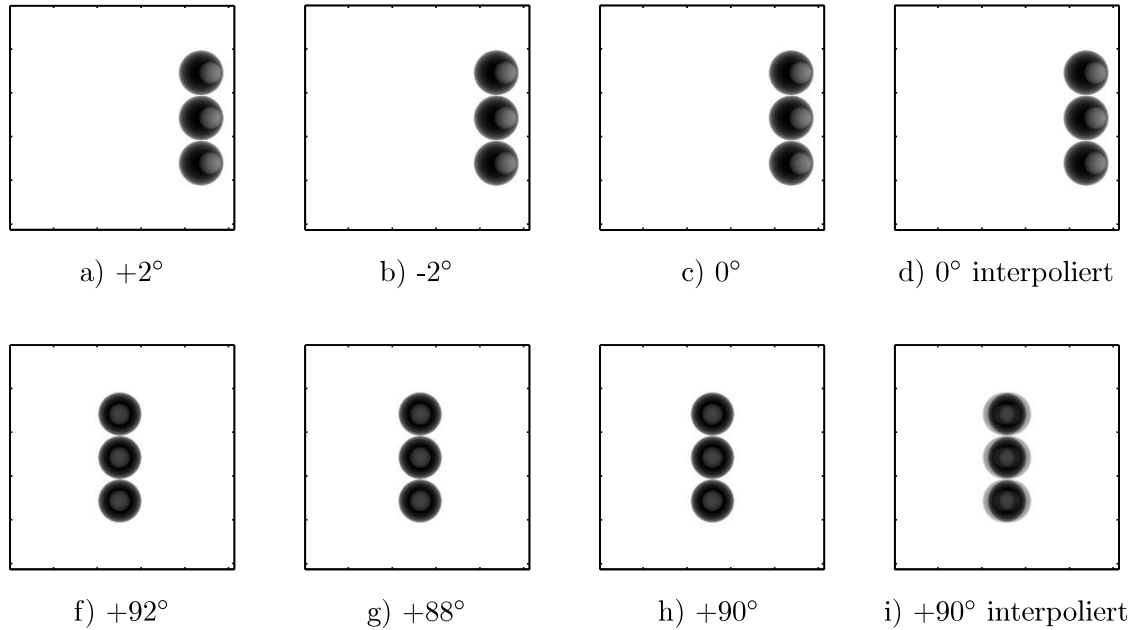


Abbildung 3.34: Einfluss des aktuellen Rotationswinkels auf den Interpolationsfehler $\epsilon_{\Delta\phi}$. Bei dem dargestellten dezentral positionierten Objekt ist der Fehler dann sehr groß, wenn sich das Objekt senkrecht zur Durchstrahlungsrichtung bewegt. Die obere Reihe zeigt das interpolierte Bild bei $\phi = 0$ rad, die untere Reihe bei $\phi = \frac{\pi}{4}$ rad.

Dies bestätigt auch Abbildung 3.35. Dargestellt ist hier der Fehler $\epsilon_{\Delta\phi}$ in Abhängigkeit vom Rotationswinkel ϕ . Dabei weist die rechte Hälfte des Kurvenverlaufs stets einen größeren Wert auf als die linke. Dies lässt sich durch die verwendete Kegelstrahlgeometrie erklären. Die Änderung des Objektschattens auf dem Detektor ist dann am größten, wenn das entsprechende am Rekonstruktionszylinderrand liegende Objektdetail quellenseitig den Zentralstrahl kreuzt.

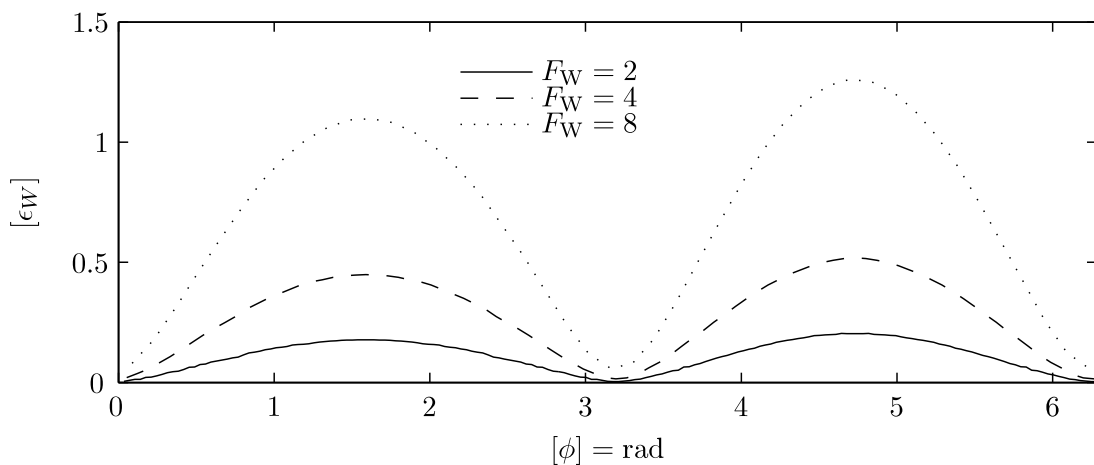


Abbildung 3.35: Fehler $\epsilon_{\Delta\phi}$ in Abhängigkeit vom Reduktionsfaktor $F_{\Delta\phi}$. Der Fehler ist dann sehr groß, wenn sich das Objekt senkrecht zur Durchstrahlungsrichtung bewegt und nimmt mit größerem $F_{\Delta\phi}$ zu.

In den folgenden Abbildungen wird das gleiche Objekt wie zuvor gezeigt – allerdings zentral positioniert. Dadurch ist der Fehler, der durch die Interpolation von Winkelschritten entsteht, geringer als bei der dezentralen Anordnung.

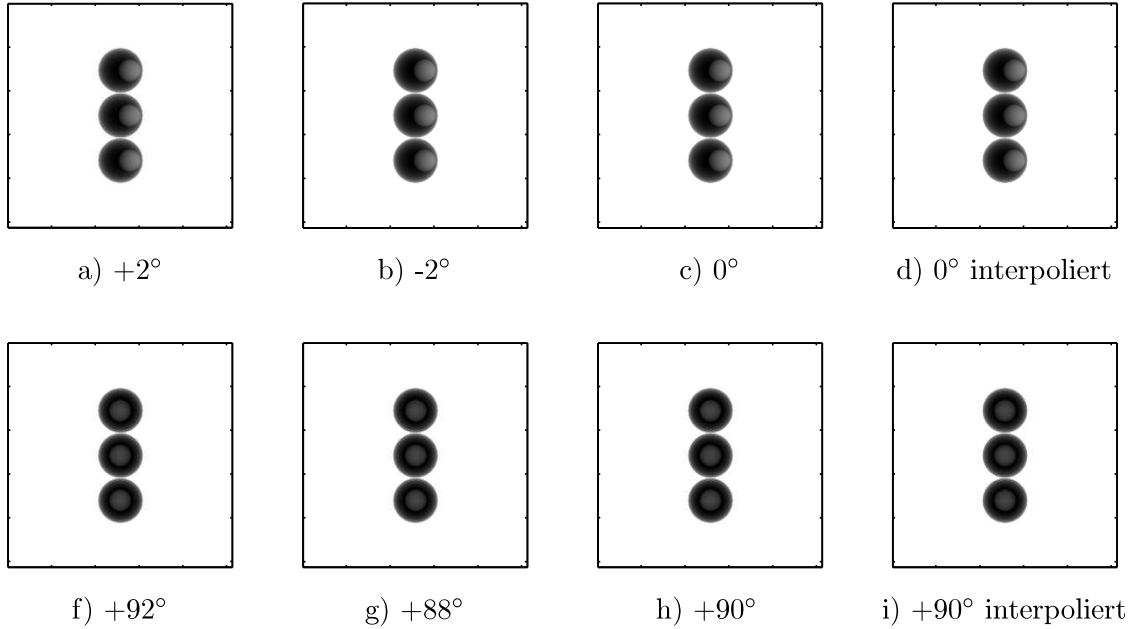


Abbildung 3.36: Gleiches Objekt wie in Abbildung 3.34 hier allerdings in zentraler Anordnung. Der Fehler ist wesentlich kleiner (vgl. i) und Abbildung 3.34 i)).

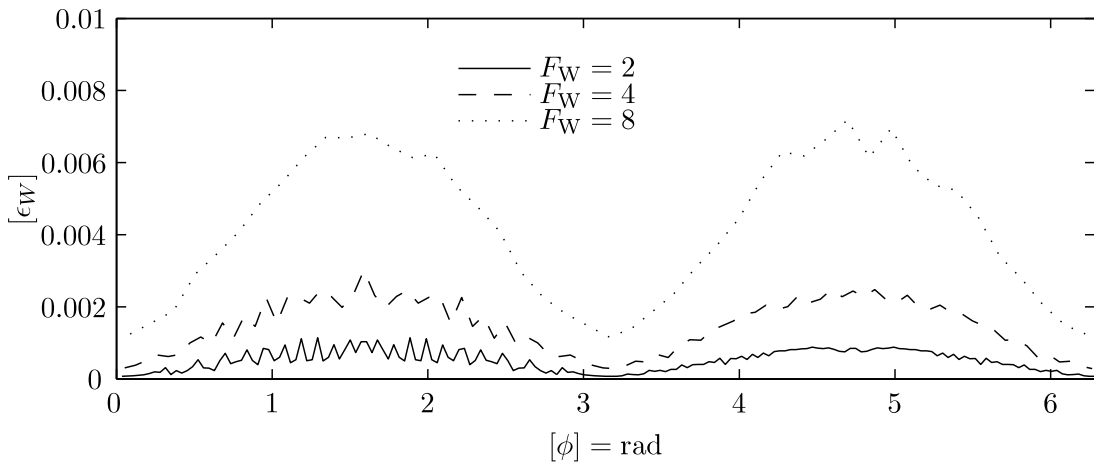
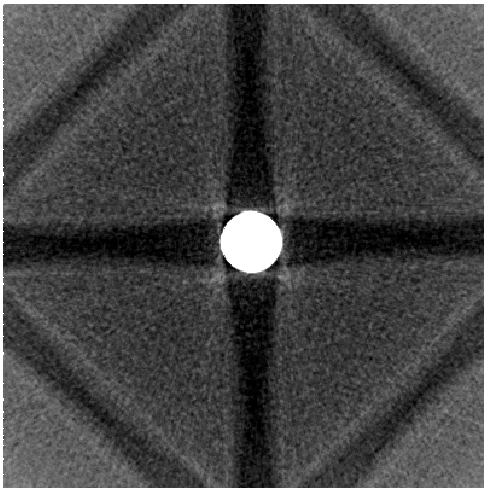


Abbildung 3.37: Fehler $\epsilon_{\Delta\phi}$ in Abhängigkeit vom Reduktionsfaktor $F_{\Delta\phi}$. Durch die zentrale Anordnung des Messobjekts ist der Fehler im Vergleich zur Abbildung 3.35 kleiner.

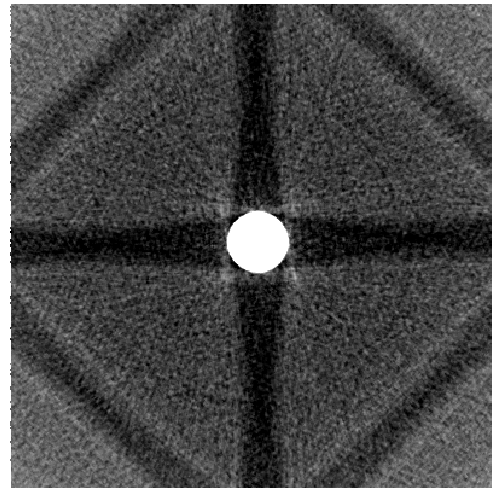
Der durch die Interpolation entstandene Fehler $\epsilon_{\Delta\phi}$ wird durch die Materialdickenkorrektur wieder nahezu ausgeglichen. Wie schon bei der Erhöhung der Voxelgröße gilt auch hier, dass eine beliebige Reduktion der Drehwinkelschritte nicht sinnvoll ist, da dadurch zunächst das Abtasttheorem für die Abtastung

im Ortsraum verletzt wird und Aliasing-Artefakte auftreten. Diese Artefakte können auch durch die Materialdickenkorrektur nicht vollständig ausgeglichen werden. Abbildung 3.38 zeigt das Ergebnis der Korrektur für den in den Kapiteln zuvor verwendeten Testkörper nach einer Iteration für verschiedene Reduktionswerte $F_{\Delta\phi}$. Die Ergebnisse sind rein visuell sehr ähnlich. Bei $F_{\Delta\phi} = 8$ werden jedoch Aliasing Artefakte sichtbar.

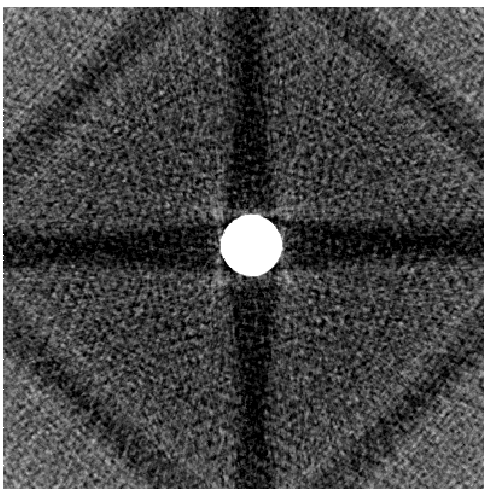
$$F_{\Delta\phi} = 1, N_{\Delta\phi} = 800$$



$$F_{\Delta\phi} = 2, N_{\Delta\phi} = 400$$



$$F_{\Delta\phi} = 4, N_{\Delta\phi} = 200$$



$$F_{\Delta\phi} = 8, N_{\Delta\phi} = 100$$

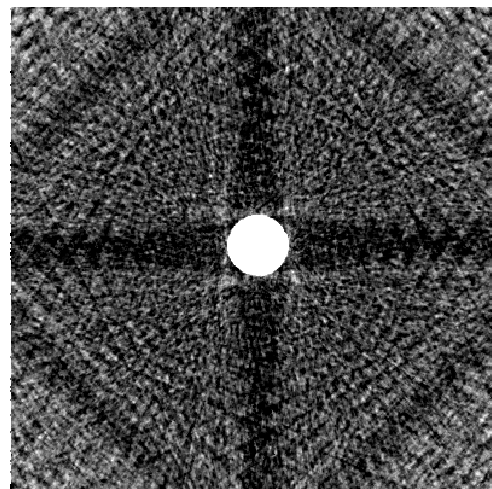


Abbildung 3.38: Ergebnis der Korrektur nach einer Iteration unter Verwendung einer verringerten Anzahl an Drehwinkelschritten zur Materialdickenbestimmung. Das Bewertungskriterium C_{KK} zeigt, dass das Ergebnis der Korrektur trotz zwischenzeitlicher Verringerung der Drehwinkelschritte stark mit den mit allen Projektionen rekonstruierten Daten korreliert. Unten links werden Aliasing Artefakte deutlich sichtbar.

3.4.9 Prozesskette

Das fortan als MAR (engl. Multi Material Artefact Reduction) bezeichnete Korrekturverfahren lässt sich in folgende Prozessschritte aufteilen: Zunächst erfolgt eine erste Rekonstruktion der polychromatischen Messdaten. Das resultierende CT-Bild wird mittels global adaptiver Schwellwerte segmentiert. Dabei wird einem bestimmten Bereich der rekonstruierten Schwächungskoeffizienten das gleiche Material zugeordnet. Zur Berechnung der durchstrahlten Materialdicken erfolgt im Anschluss eine Strahlverfolgung. Die resultierenden Weglängen werden pixelweise in Beziehung zur gemessenen Abschwächung des Röntgenstrahls gebracht. Dieser Zusammenhang wird mittels einer multiplen nicht-linearen Regression approximiert. Da die zuvor berechneten Materialdicken aufgrund der nicht perfekten Segmentierung nicht den wahren Materialdicken entsprechen, wird eine Materialdickenkorrektur durchgeführt. Diese korrigiert die Materialdicken dahingehend, dass die Linearkombination der verschiedenen Materialdicken in den unterschiedlichen Materialien einen sinnvollen Wert für die polychromatische Abschwächung ergibt. Diese korrigierten Materialdicken werden unter Verwendung der zuvor bestimmten Schwächungskoeffizienten für jedes Material zu einem monochromatischen Projektionswert verrechnet. Dieser wird dann genutzt, um ein verbessertes bzw. artefaktreduziertes CT-Bild zu rekonstruieren. Ist dieser Zyklus abgeschlossen, kann das verbesserte CT-Bild als Ausgangspunkt für eine weitere Iteration genutzt werden. Durch Iterieren des Korrekturverfahrens wird eine stetige Verbesserung des CT-Bildes erreicht, sodass das Endergebnis der Korrektur gegen einen stabilen Wert konvergiert (vgl. [46–49]). Die folgende Tabelle 3.9 fasst die wichtigsten Prozessparameter zusammen und gibt einen sinnvollen, gültigen Wertebereich an. Abschließend ist in Abbildung 3.39 das Prozessablaufdiagramm des Korrekturverfahrens dargestellt.

| Prozess | Parameter | Wertebereich |
|--------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| 3-D-Rekonstruktion | Faktor zur Vergrößerung der Voxelgröße | $\{F_V \in \mathbb{R}^+ 1 < F_V < 8\}$ |
| Segmentierung | Startschwellwerte | $\{T \in \mathbb{R} \tilde{\mu} < T < \hat{\mu}\}$ |
| | Max. Anzahl an Iterationen zur Schwellwertfindung | $\{\tilde{N}_T \in \mathbb{N}^+\}$ |
| Strahlverfolgung | Faktor zur Verringerung der Drehwinkelschritte | $\{F_{\Delta\phi} \in \mathbb{N}^+ 2 < F_{\Delta\phi} < 4\}$ |
| | Anzahl repräsentativer Abschwächungswerte | $\{N_P^* \in \mathbb{N}^+ N_P^* \gg 1\}$ |
| Regression | Min. Anzahl an Abschwächungswerten je Sektor | $\{\tilde{N}_{P\#} \in \mathbb{N}^+\}$ |
| | Radiale Basisfunktion | vgl. Tabelle 3.7 |
| | Formparameter für Radiale Basisfunktionen | $\{c_\lambda \in \mathbb{R}^+\}$ |
| | Globale Funktion | vgl. Tabelle 3.8 |
| | Formparameter für Globale Funktion | $\{c_\xi \in \mathbb{R}^+ c_\xi < 4/\hat{\eta}\}$ |
| Materialdickenkorrektur | Max. zulässige Abweichung zwischen Fitpunkt und Datenpunkt | $\{\epsilon_\lambda \in \mathbb{R}^+\}$ |
| | Max. zulässige Abweichung zwischen gemessenem und interpoliertem Abschwächungswert | $\{\epsilon_\eta \in \mathbb{R}^+\}$ |
| Korrekturdatenberechnung | | |

Tabelle 3.9: Auflistung der wichtigsten Parameter des Korrekturverfahrens.

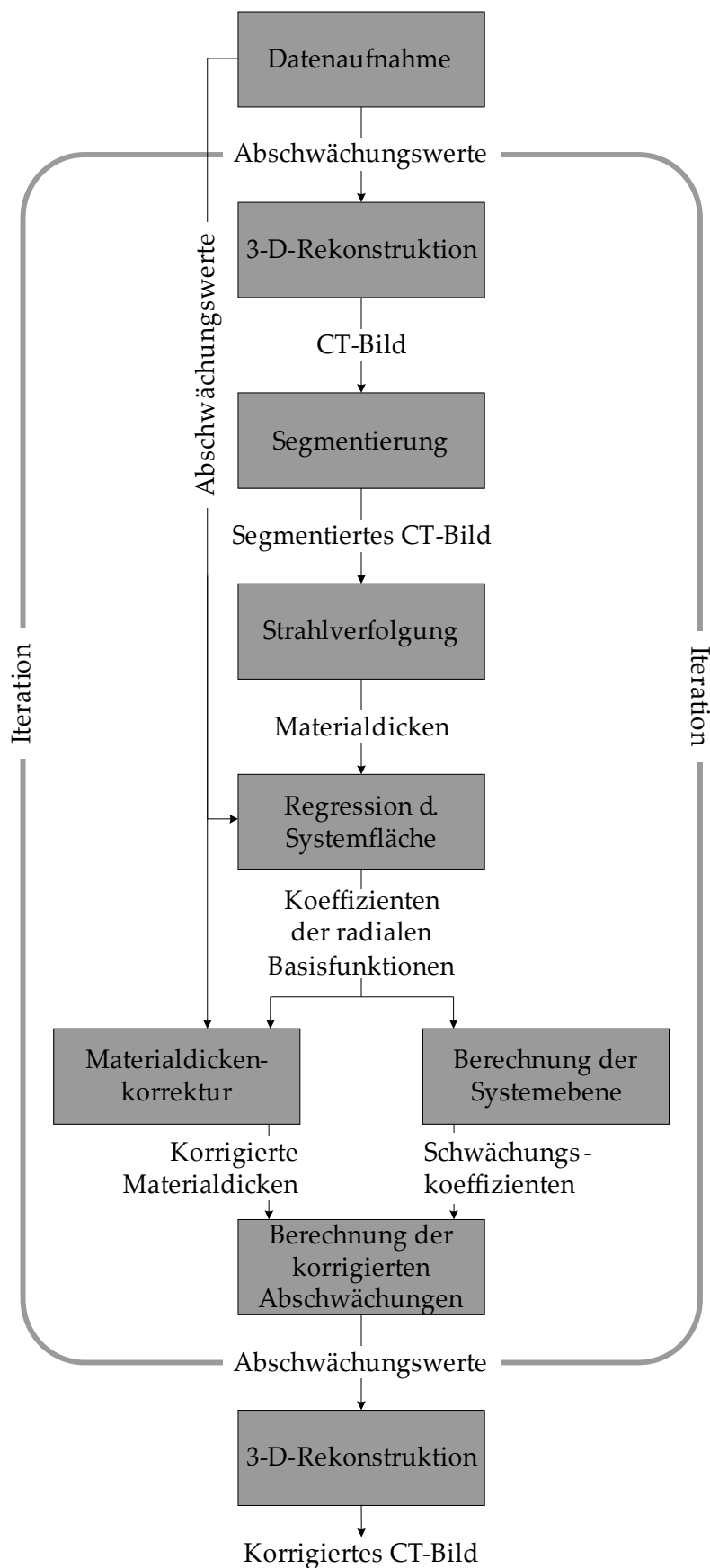


Abbildung 3.39: Prozessablaufdiagramm des vorgeschlagenen Korrekturverfahrens.

Kapitel 4

Ergebnisse

Für die hier vorgestellten Ergebnisse wurden sowohl Simulations- als auch reale Messdaten verwendet. Die Simulationen wurden mit dem analytischen Simulationswerkzeug Scorpius XLab® Version 3.2.2 angefertigt. Bei den Simulationen wurde ein analytisch berechnetes Röntgenspektrum verwendet. Auf die Simulation von Streustrahlung (Objektstreuung und detektorinterne Streustrahlung) wurde verzichtet. Die dargestellten Simulationsergebnisse haben daher nur Aussagekraft für den Effekt der Photoabsorption. Dennoch lassen sich die Ergebnisse auf reale Objekte übertragen. Als Simulationsobjekte dienen einfache aus Primitiven wie z. B. Kuben oder Zylindern zusammengesetzte Körper.

Zur Erzeugung realer Messdaten wurde der Testkörper TKR01 verwendet (vgl. Abbildung A.8 und A.9). Der Aluminiumzylinder weist fünf Bohrungen auf, die mit passenden Stahl- oder Polyethylenstiften (PE) befüllt werden können, um so mehrmaterialige Objekte nachzubilden. Tabelle 4.1 kann entnommen werden, welche Messreihen mit dem Prüfobjekt durchgeführt wurden. Als Messsystem diente ein MacroScience MSX CT500 Micro-CT System. Die Systemparameter wie z. B. die Beschleunigungsspannung wurden während der Messreihen konstant gehalten, um die Ergebnisse der Untersuchungen untereinander vergleichen zu können. Eine vollständige Liste der Anlagenparameter findet sich in Tabelle 4.2. Der Aluminium-Grundkörper des Messobjekts wurde zur Messung auf einer Grundplatte befestigt und während der Messung nicht bewegt. Mittels Abstandhalter in jeder Bohrung wurde verhindert, dass die Stifte vollständig versenkt werden können. Ein Austauschen der Stifte zwischen den Messreihen war so möglich. Dabei können Translationen des Grundkörpers im Mikrometerbereich aufgetreten sein, die jedoch rein visuell in den gemessenen Projektionsdaten nicht sichtbar sind.

| Nr. | Bezeichnung | Konfiguration Testkörper TKR1 | | | | |
|-----|-------------|-------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | | Bohrung 1 | Bohrung 2 | Bohrung 3 | Bohrung 4 | Bohrung 5 |
| 01 | FE0_PE0 | – | – | – | – | – |
| 02 | FE0_PE1 | PE | – | – | – | – |
| 03 | FE0_PE3 | PE | PE | – | PE | – |
| 04 | FE0_PE4 | – | PE | PE | PE | PE |
| 05 | FE0_PE5 | PE | PE | PE | PE | PE |
| 06 | FE1_PE0 | Fe | – | – | – | – |
| 07 | FE3_PE0 | Fe | Fe | – | Fe | – |
| 08 | FE4_PE0 | – | Fe | Fe | Fe | Fe |
| 09 | FE5_PE0 | Fe | Fe | Fe | Fe | Fe |
| 10 | FE1_PE2 | Fe | PE | – | PE | – |
| 11 | FE1_PE4 | Fe | PE | PE | PE | PE |
| 12 | FE2_PE2 | – | Fe | PE | Fe | PE |
| 13 | FE4_PE1 | PE | Fe | Fe | Fe | Fe |

Tabelle 4.1: Bestückung des Textkörpers TKR1 bei verschiedenen Messungen. (Stiftmaterial Fe: Stahl, Stiftmaterial PE: Polyethylen)

| Röntgenquelle FXT-225.45 | Röntgendetektor PE XRD 0820 AN | Geometrie Kegelstrahl, Kreisbahn |
|---------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| $U_{RR}=160\text{ kV}$ | $N_{Px}=1024$ | $D_{FD}=835,121\text{ }\mu\text{m}$ |
| $I_{RR}=120\text{ }\mu\text{A}$ | $N_{Py}=1024$ | $D_{FO}=334,102\text{ }\mu\text{m}$ |
| $Z_{Vf}=—$ | $D_{Px}=200\text{ }\mu\text{m}$ | $M=2,5$ |
| $D_{Vf}=—$ | $D_{Py}=200\text{ }\mu\text{m}$ | $N_{\Delta\phi}=800$ |
| | $t_D=499\text{ ms}$ | |
| | $N_B=4$ | |

Tabelle 4.2: Messparameter

Die Korrekturverfahren wurden in der zentralen Schicht der gemessenen Projektionen durchgeführt, da nur hier die Tuy-Bedingung erfüllt ist (vgl. Kapitel 2.4.1 *Rekonstruktion von Schnittbildern*) und keine zusätzlichen Artefakte auftreten. Zur Rekonstruktion wurde eine gefilterte Rückprojektion eingesetzt. Die Projektionsdaten wurden zuvor mit einem (1×3) Median-Filter gefiltert, um einzelne Defektpixel zu korrigieren. Die für die Korrektur verwendeten Prozessparameter sind je nach Messreihe leicht unterschiedlich und können den Tabellen in den folgenden Unterkapiteln entnommen werden. Die Auswertung der Ergebnisse

hinsichtlich der Bildgüte erfolgte anhand der Bildregionen, die dem gleichen Material zugeordnet werden können. Dazu wurden die erzeugten korrigierten Schnittbilder einem zusätzlichen Segmentierungsschritt unterzogen (vgl. Kapitel 3.4.3 *Materialzerlegung*). Die einzelnen Bildregionen wurden im Anschluss einer Erosion mit einem runden Strukturelement mit einem Radius von vier Voxeln unterzogen, um etwaige Fehlsegmentierungen an den Rändern der Bildregionen aus der Berechnung der Bildgüteparameter auszuschließen. Informationen zu morphologischen Bildoperatoren wie der Erosion finden sich bspw. in [31]. Als Ergebnis wird das jeweils unkorrigierte und korrigierte CT-Bild gezeigt, die jeweiligen Histogramme, sowie die extrahierten Datenpunkte und die erstellten Systemflächen.

Abschließend wird das Korrekturverfahren auf CT-Daten eines realen Prüfobjekts angewandt und gezeigt, inwieweit sich die Datenqualität verbessern lässt. Hierfür wurde nicht nur die zentrale Schicht, sondern der vollständige Datensatz verarbeitet. Anhand einer dimensionellen Messaufgabe wird gezeigt, dass durch den Einsatz des Verfahrens die Messgenauigkeit gesteigert werden kann.

4.1 Einmaterialige Objekte

Zunächst wird untersucht, ob bei der Korrektur von Messdaten von einmaterialigen Objekten die Ergebnisse des MAR-Verfahren mit Resultaten der etablierten Methoden vergleichbar sind. Als Vergleichsmethode wird die Iterative Artefakt Reduktion (IAR) nach [39] verwendet. Dort wurde gezeigt, dass der Verlauf einer mit dem IAR Verfahren generierten Linearisierungskennlinie dem Verlauf einer Kennlinie generiert aus Stufenkeildaten entspricht. Daher wird hier lediglich untersucht, ob die Korrekturergebnisse von IAR-Verfahren und der hier vorgestellten MAR-Methode vergleichbar sind und auf die Auswertung von Stufenkeilen verzichtet.

4.1.1 Simulationsdaten

Als Prüfobjekt wurde der Testkörper TKS01 aus Aluminium mit den Simulationsparametern in Tabelle 4.3 verwendet. Da hier die Vollständigkeitsbedingung erfüllt ist, fällt dieses Objekt der Nomenklatur entsprechend in die Kategorie [1:1]. Für die Parametrierung des MAR-Verfahrens wurden die in Tabelle 4.4 zusammengefassten Parameter verwendet.

| Röntgenquelle ComputedSource | Röntgendetektor FlatPanelDetector | Geometrie Fächerstrahl, Kreisbahn |
|---------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| $U_{RR}=225\text{ kV}$ | $N_{Px}=1024$ | $D_{FD}=1.500.000\text{ }\mu\text{m}$ |
| $I_{RR}=120\text{ }\mu\text{A}$ | $N_{Py}=1$ | $D_{FO}=500.000\text{ }\mu\text{m}$ |
| $Z_{Vf}=—$ | $D_{Px}=200\text{ }\mu\text{m}$ | $M=3$ |
| $D_{Vf}=—$ | $D_{Py}=200\text{ }\mu\text{m}$ | $N_{\Delta\phi}=400$ |
| | $t_D=\text{Automatic}$ | |
| | $N_B=1$ | |

Tabelle 4.3: Simulationsparameter

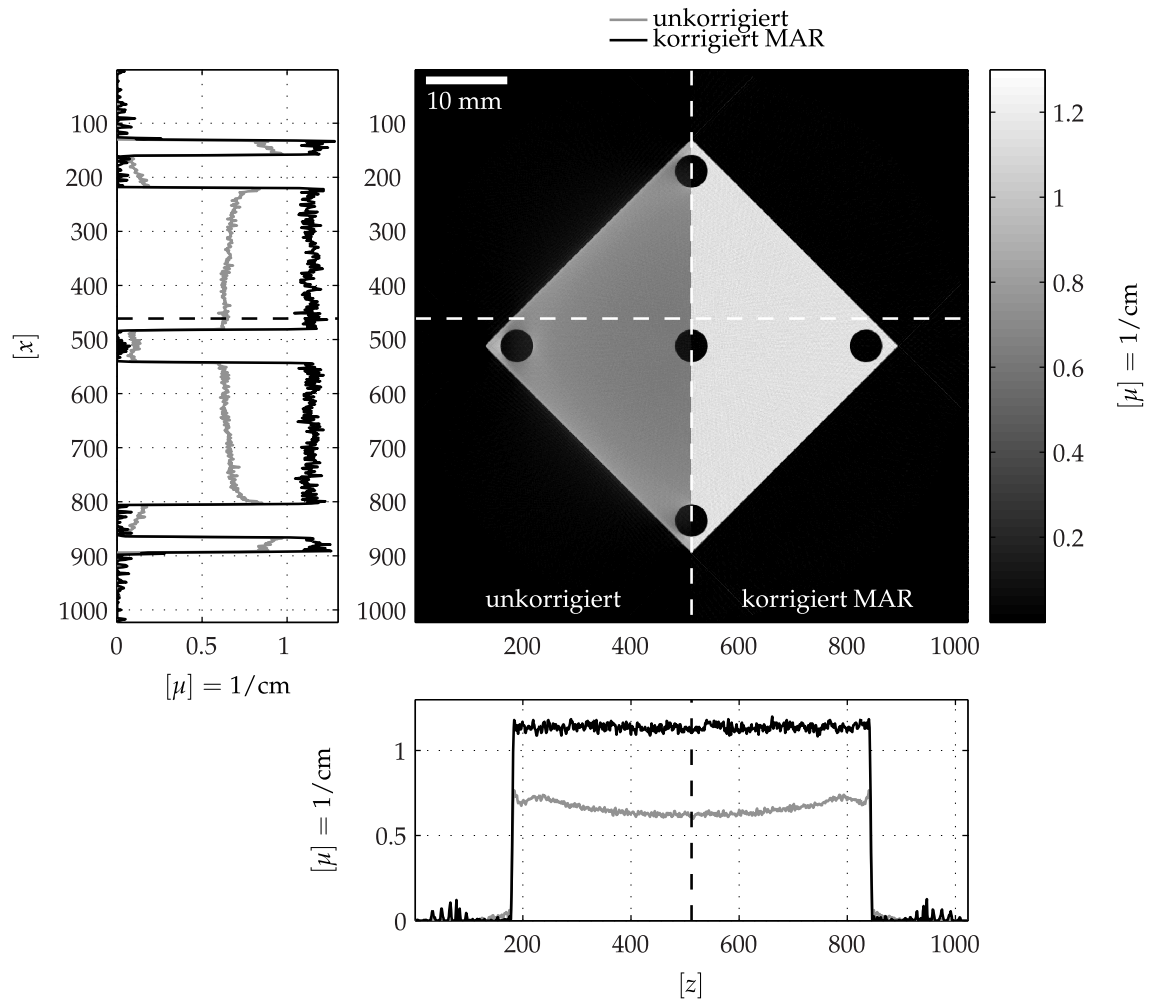


Abbildung 4.1: Ergebnis des MAR-Verfahrens im Vergleich zu unkorrigierten Daten anhand eines simulierten [1,1]-Objekts aus Aluminium.

| | | |
|----------------------------|--------------------|------------------------------|
| $N_{Vx}=1023$ | $F_V=1$ | $\check{N}_{P\#}=2$ |
| $N_{Vy}=1023$ | $F_{\Delta\phi}=1$ | $\lambda(D_\eta)=D_\eta$ |
| $N_{Vz}=1$ | $T/\hat{\mu}=0,42$ | $\zeta(\eta)=e^{-c_\xi\eta}$ |
| $D_{Vx}=66,58\mu\text{m}$ | $N_{TI}=4$ | $c_\xi=0,5$ |
| $D_{Vy}=66,58\mu\text{m}$ | $N_P^r=10.000$ | $\epsilon_\Lambda=0,05$ |
| $D_{Vz}=124,25\mu\text{m}$ | $N_\#=100$ | $\epsilon_\eta=0,001$ |

Tabelle 4.4: Korrektur- und Prozessparameter

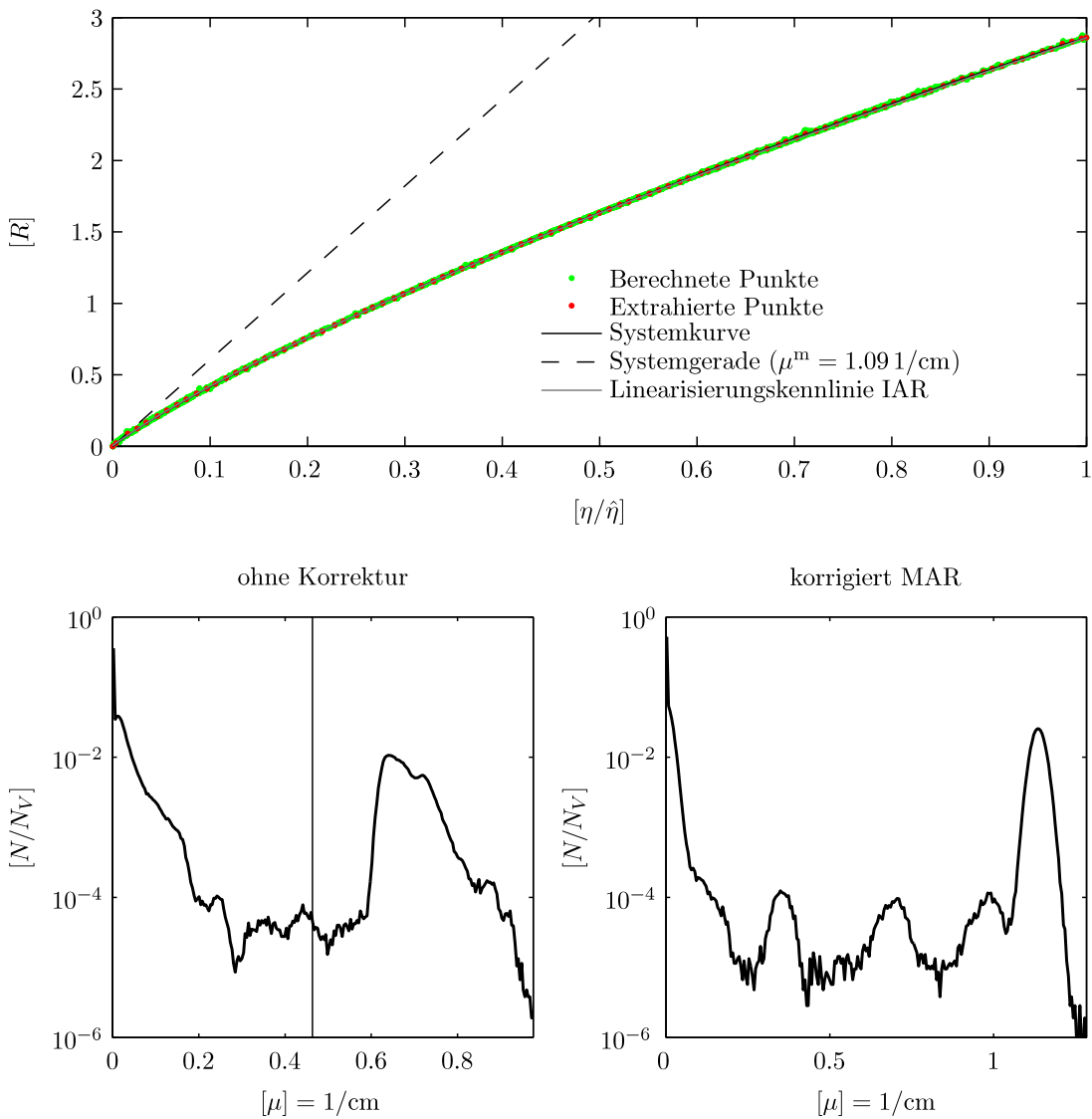


Abbildung 4.2: Vergleich der generierten IAR-Kennlinie mit der MAR-Systemkurve und Vergleich der Histogramme der Schnittbilder vor und nach der Korrektur.

| Bildregion | Maß | unkorrigiert | IAR | MAR |
|-------------|-------|--------------|--------|--------|
| Luft | C_H | 0,9407 | 0,9904 | 0,9897 |
| | C_R | 0,0029 | 0,0002 | 0,0003 |
| Aluminium | C_H | 0,9483 | 0,9582 | 0,9659 |
| | C_R | 0,0078 | 0,0011 | 0,0010 |
| Luft vs. Al | C_K | 0,6767 | 0,8308 | 0,8806 |

Tabelle 4.5: Vergleich der Bildgüteparameter für unkorrigierte und mit IAR sowie MAR korrigierte Daten und unterschiedliche Bildregionen eines simulierten Testkörpers aus einem Material.

4.1.2 Reale Messdaten

Anhand realer Messdaten wird überprüft, inwieweit sich die Ergebnisse der Simulation bestätigen lassen. Als Testobjekt diente hierfür die Testkörper TKR1 in der Konfiguration FE0_Pe0 (vgl. Tabelle 4.1 und Abbildung A.9).

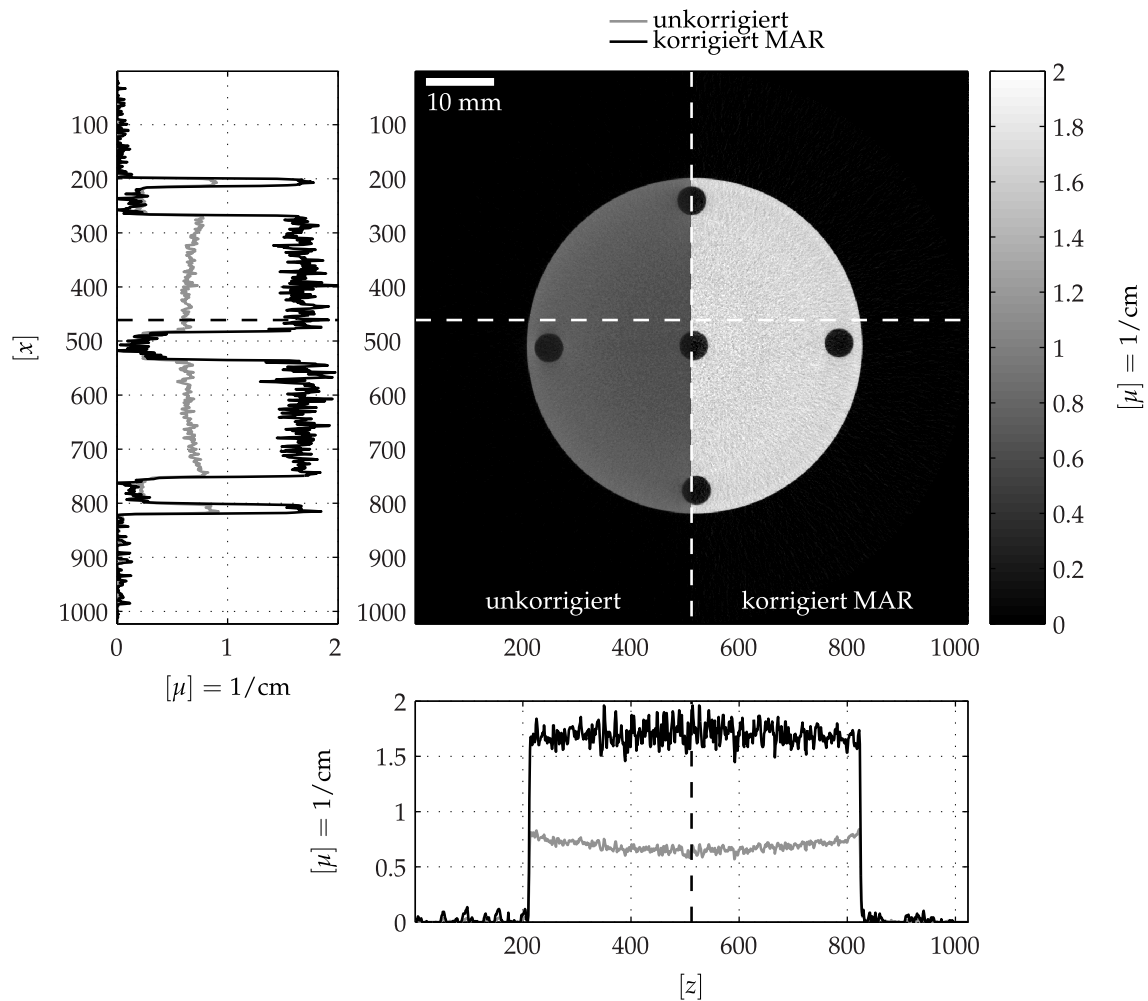


Abbildung 4.3: Ergebnis des MAR-Verfahrens im Vergleich zu unkorrigierten Daten für den Datensatz Alu5xX_Fe0_Pe0.

| | | |
|---------------------------|--------------------|----------------------------|
| $N_{Vx}=1023$ | $F_V=1$ | $\check{N}_{P\#}=0$ |
| $N_{Vy}=1023$ | $F_{\Delta\phi}=1$ | $\lambda(D_\eta)=D_\eta$ |
| $N_{Vz}=1$ | $T/\hat{\mu}=0,46$ | $\xi(\eta)=e^{-c_\xi\eta}$ |
| $D_{Vx}=79,49\mu\text{m}$ | $N_{TI}=5$ | $c_\xi=0,5$ |
| $D_{Vy}=79,49\mu\text{m}$ | $N_P^T=10.000$ | $\epsilon_\Delta=0,05$ |
| $D_{Vz}=70,27\mu\text{m}$ | $N_\#=100$ | $\epsilon_\eta=0,001$ |

Tabelle 4.6: Korrektur- und Prozessparameter

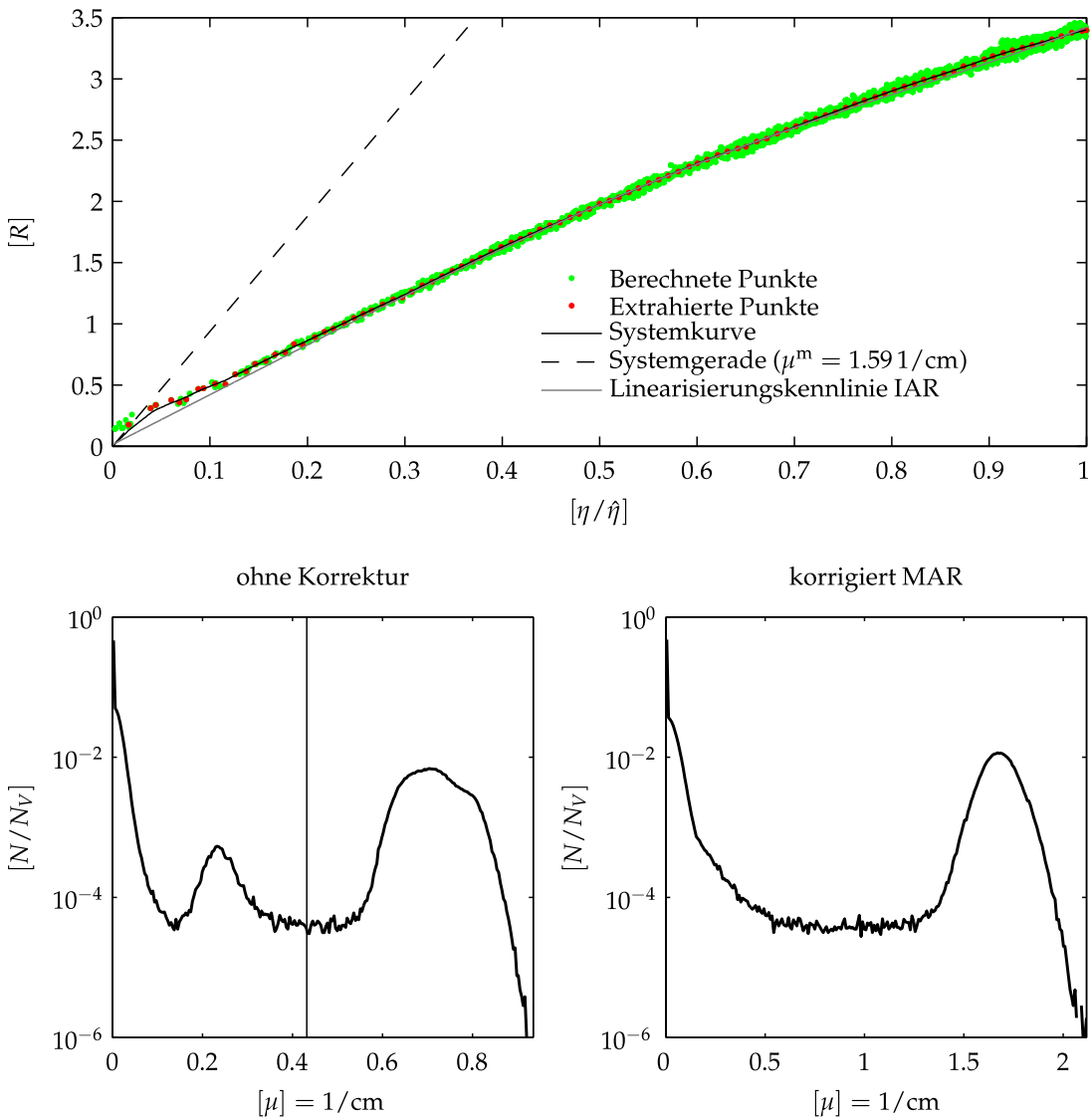


Abbildung 4.4: Vergleich der generierten IAR-Kennlinie mit der MAR-Systemkurve und Vergleich der Histogramme der Schnittbilder vor und nach der Korrektur.

| Bildregion | Maß | unkorrigiert | IAR | MAR |
|-------------|-------|--------------|--------|--------|
| Luft | C_H | 0,9756 | 0,9905 | 0,9875 |
| | C_R | 0,0029 | 0,0012 | 0,0009 |
| Aluminium | C_H | 0,9264 | 0,9564 | 0,9605 |
| | C_R | 0,0141 | 0,0058 | 0,0062 |
| Luft vs. Al | C_K | 0,7508 | 0,8197 | 0,7853 |

Tabelle 4.7: Bildgüteparameter für unkorrigierte und mit IAR sowie MAR korrigierte Daten unterschiedlicher Bildregionen eines real gemessenen Testkörpers aus einem Material.

4.2 Zweimaterialige Objekte

Im Folgenden sind die Ergebnisse des vorgeschlagenen Korrekturverfahrens bei Vorhandensein von zwei Materialien im Prüfobjekt dargestellt.

4.2.1 Simulationsdaten

Es wurden Simulationen der Testkörper TKS02, TKS03, TKS04 und TKS05 angefertigt. Die Simulations-, Korrektur- und Prozessparameter sind in den folgenden Tabellen 4.8 und 4.9 zusammengefasst.

| Röntgenquelle ComputedSource | Röntgendetektor FlatPanelDetector | Geometrie Fächerstrahl, Kreisbahn |
|---------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| $U_{RR}=200\text{ kV}$ | $N_{Px}=512$ | $D_{FD}=875.000\text{ }\mu\text{m}$ |
| $I_{RR}=120\text{ }\mu\text{A}$ | $N_{Py}=1$ | $D_{FO}=125.000\text{ }\mu\text{m}$ |
| $Z_{Vf}=—$ | $D_{Px}=400\text{ }\mu\text{m}$ | $M=7$ |
| $D_{Vf}=—$ | $D_{Py}=400\text{ }\mu\text{m}$ | $N_{\Delta\phi}=400$ |
| | $t_D=\text{Automatic}$ | |
| | $N_B=1$ | |

Tabelle 4.8: Simulationsparameter der Testkörper TKS02 – TKS05

| Parameter | TKS02 | TKS03 | TKS04 | TKS05 |
|--------------------------------------|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|-------------|
| $N_{Vx} \times N_{Vy} \times N_{Vz}$ | | $511 \times 511 \times 1$ | | |
| $D_{Vx} \times D_{Vy} \times D_{Vz}$ | | $49,84\text{ }\mu\text{m} \times 49,84\text{ }\mu\text{m} \times 44,91\text{ }\mu\text{m}$ | | |
| F_V | | | 1 | |
| $F_{\Delta\phi}$ | | | 1 | |
| $T/\hat{\mu}$ | [0,06 0,37] | [0,16 0,34] | [0,06 0,37] | [0,19 0,57] |
| N_{TI} | 4 | 4 | 4 | 3 |
| $N_{\#}$ | 25 | 50 | 20 | 20 |
| N_P^r | | | 10.000 | |
| $\check{N}_{P\#}$ | | | 0 | |
| $\lambda(D_{\eta})$ | | | D_{η} | |
| $\zeta(\eta)$ | | | $e^{-c_{\xi}\eta}$ | |
| c_{ξ} | | | 0,5 | |
| ϵ_{Λ} | | | 0,05 | |
| ϵ_{η} | | | 0,001 | |

Tabelle 4.9: Korrektur- und Prozessparameter der Testkörper TKS02 – TKS05.

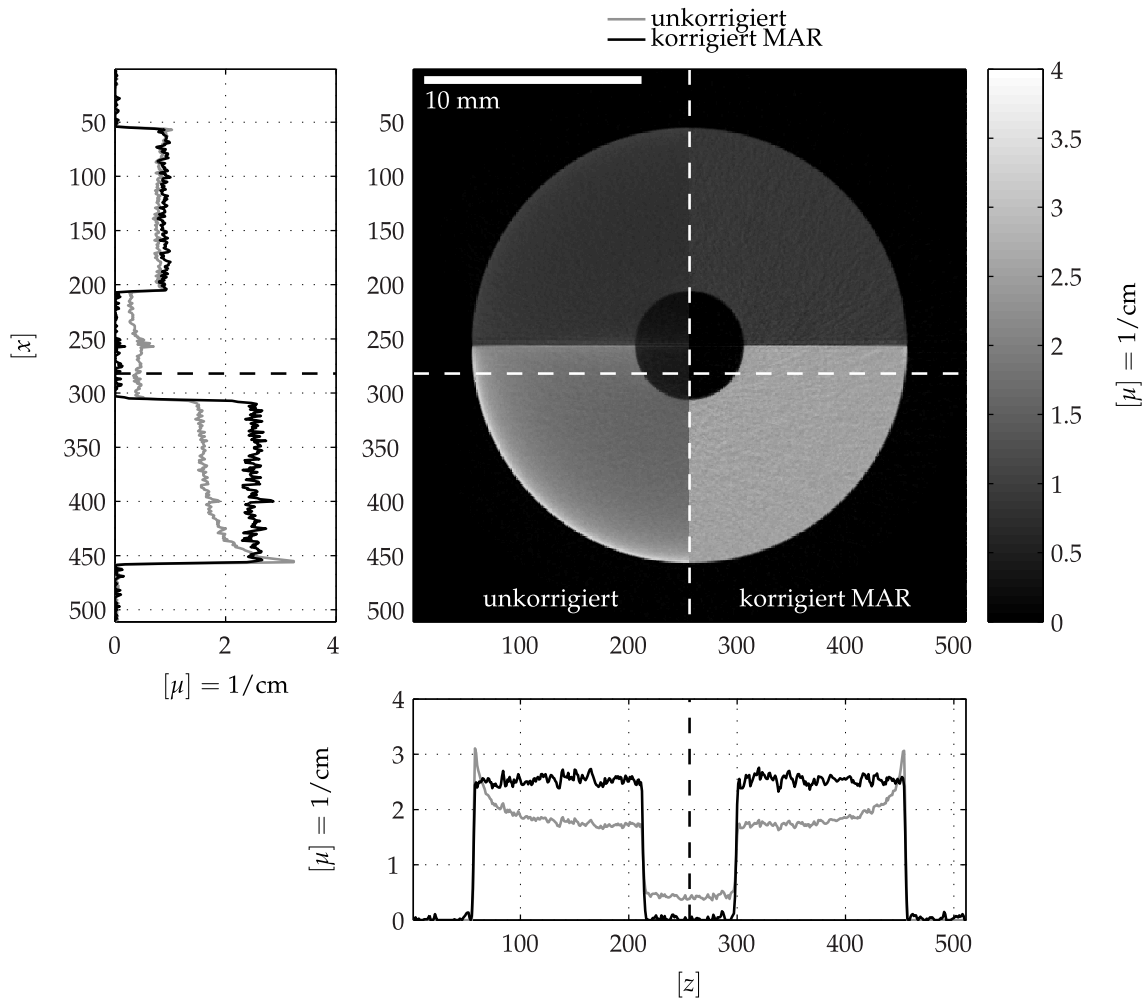


Abbildung 4.5: Ergebnis des MAR-Verfahrens im Vergleich zu unkorrigierten CT-Daten des simulierten Testkörpers TKS02 (Kategorie [1:2:1]).

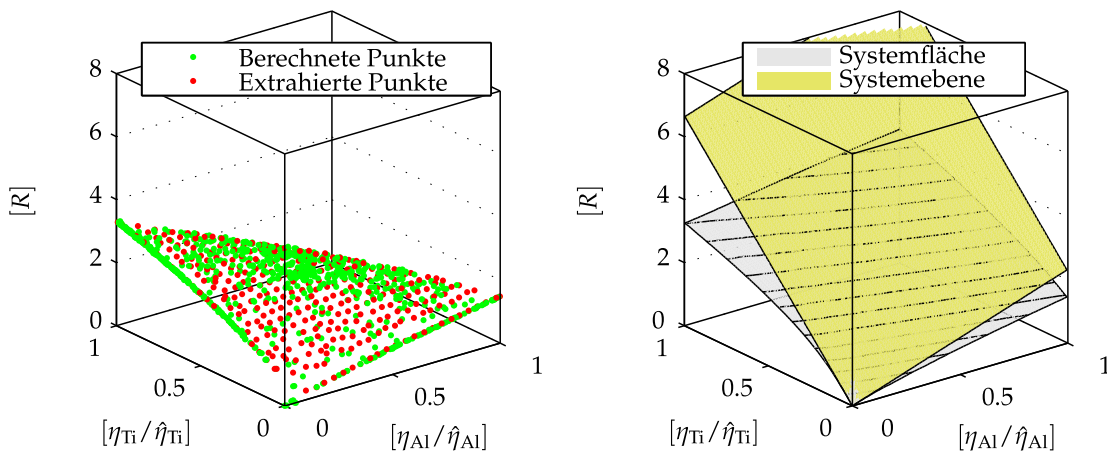


Abbildung 4.6: Darstellung der extrahierten Datenpunkte und der generierten Systemfläche bzw. -ebene des simulierten Testkörpers TKS02 (Kategorie [1:2:1]).

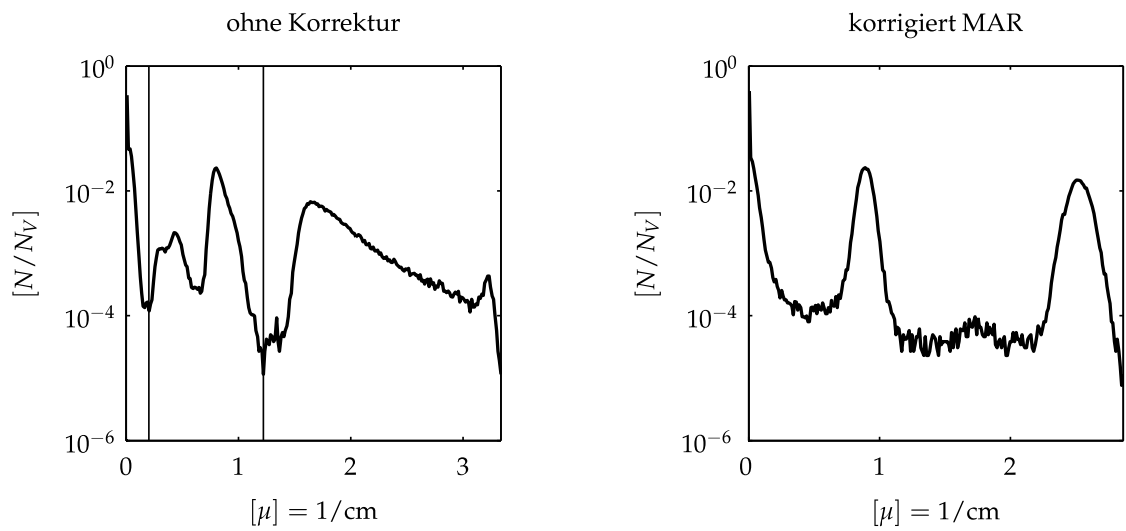


Abbildung 4.7: Darstellung der Histogramme der Schnittbilder des simulierten Testkörpers TKS02 (Kategorie [1:2:1]) vor und nach der Korrektur.

| Bildregion | Maß | unkorrigiert | MAR |
|-------------|-------|--------------|--------|
| Luft | C_H | 0,9533 | 0,9826 |
| | C_R | 0,0029 | 0,0003 |
| Aluminium | C_H | 0,9336 | 0,9697 |
| | C_R | 0,0011 | 0,0011 |
| Titan | C_H | 0,8687 | 0,9534 |
| | C_R | 0,0267 | 0,0026 |
| Luft vs. Al | C_K | 0,2385 | 0,3073 |
| Luft vs. Ti | C_K | 0,5480 | 0,8762 |
| Al vs. Ti | C_K | 0,3095 | 0,5688 |

Tabelle 4.10: Vergleich der Bildgüteparameter für unkorrigierte und mit dem MAR-Verfahren korrigierte Daten von unterschiedlichen Bildregionen des simulierten Testkörpers TKS02.

Die folgenden Abbildungen 4.8 und 4.10 zeigen jeweils die rekonstruierten Schnittbilder des unkorrigierten und des korrigierten Testkörpers TKS03 (Kategorie [1:2:0]). Der zylindrische Körper besteht aus zwei Schichten unterschiedlichen Materials.

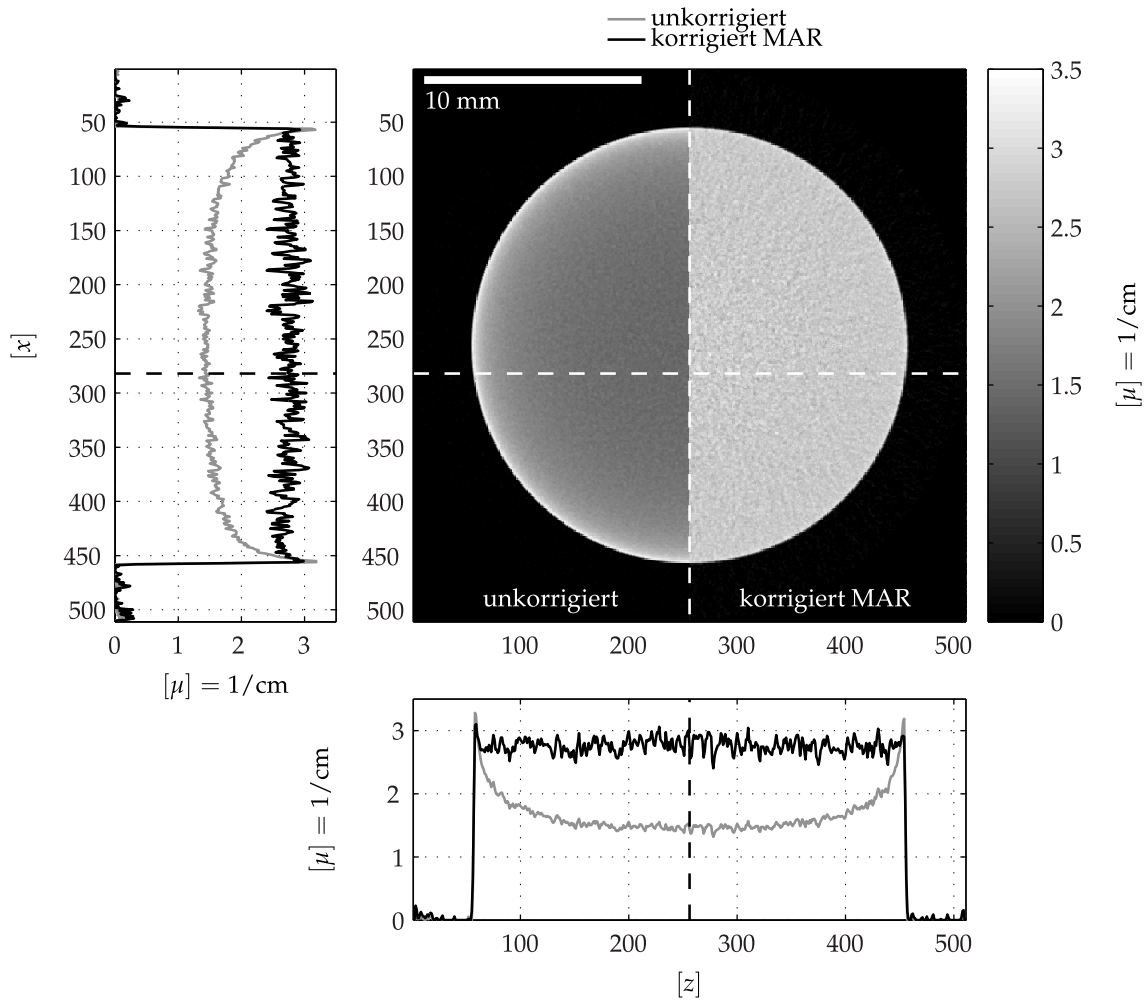


Abbildung 4.8: Ergebnis des MAR-Verfahrens im Vergleich zu unkorrigierten Daten des Testkörpers TKS03 (Kategorie [1:2:0]) aus Aluminium und Titan.

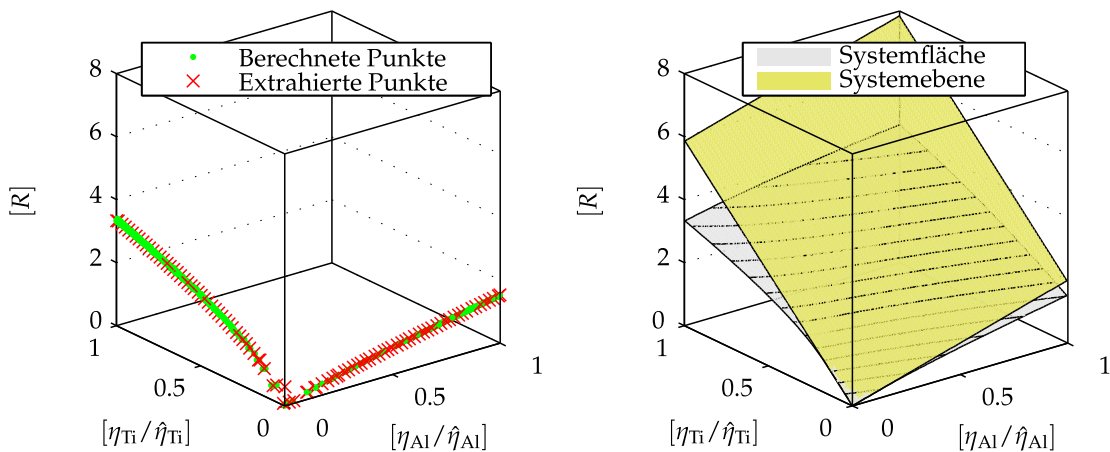


Abbildung 4.9: Darstellung der extrahierten Punktwolke und der generierten Systemfläche bzw. -ebene für einen simulierten Testkörpers der Kategorie [1:2:0] aus Aluminium und Titan.

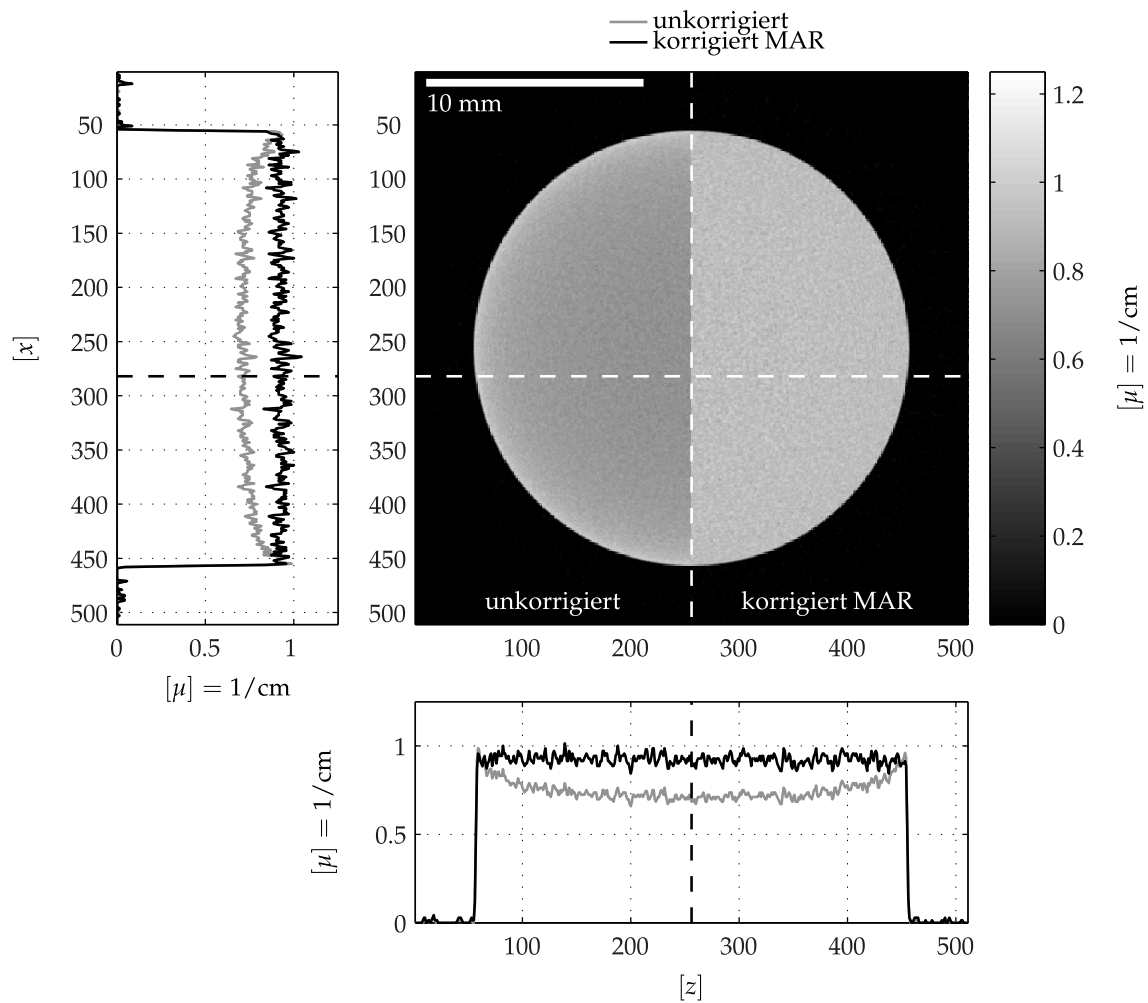


Abbildung 4.10: Ergebnis des MAR-Verfahrens im Vergleich zu unkorrigierten Daten des Testkörpers TKS03 (Kategorie [1:2:0]) aus Aluminium und Titan.

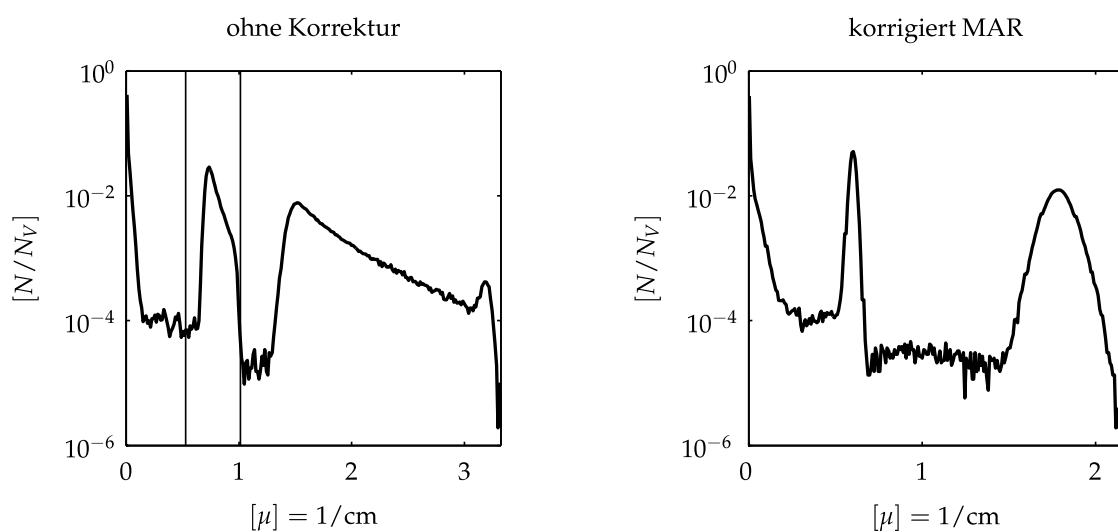


Abbildung 4.11: Darstellung der Histogramme der Schnittbilder vor und nach der Korrektur für einen simulierten Testkörpers der Kategorie [1:2:0] aus Aluminium und Titan.

| Bildregion | Maß | unkorrigiert | MAR |
|-------------|-------|--------------|--------|
| Luft | C_H | 0,9823 | 0,9783 |
| | C_R | 0,0001 | 0,0003 |
| Aluminium | C_H | 0,9034 | 0,9572 |
| | C_R | 0,0011 | 0,0003 |
| Titan | C_H | 0,8862 | 0,9593 |
| | C_R | 0,0358 | 0,0047 |
| Luft vs. Al | C_K | 0,2290 | 0,2744 |
| Luft vs. Ti | C_K | 0,5259 | 0,8213 |
| Al vs. Ti | C_K | 0,2969 | 0,5469 |

Tabelle 4.11: Vergleich der Bildgüteparameter für unkorrigierte und mit dem MAR-Verfahren korrigierte Daten von unterschiedlichen Bildregionen des simulierten Testkörpers TKS03.

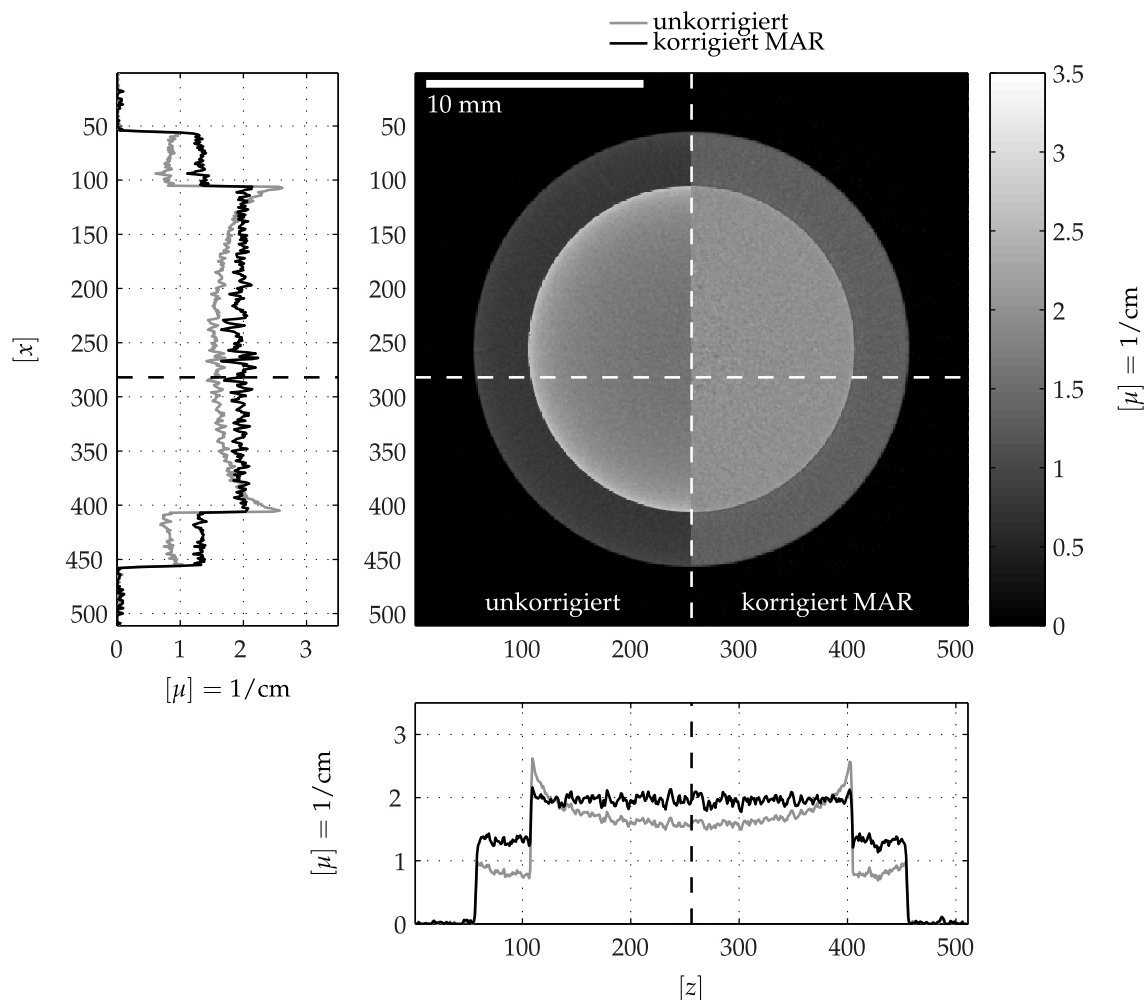


Abbildung 4.12: Ergebnis des MAR-Verfahrens im Vergleich zu unkorrigierten CT-Daten des simulierten Testkörpers TKS04 (Kategorie [1:1:1]).

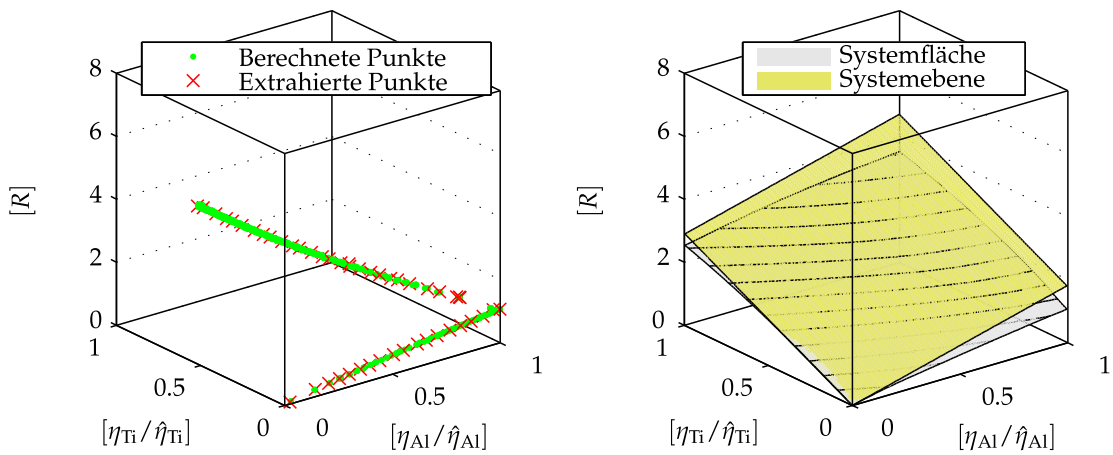


Abbildung 4.13: Darstellung der extrahierten Datenpunkte und der generierten Systemfläche bzw. -ebene des simulierten Testkörpers TKS04 (Kategorie [1:1:1]).

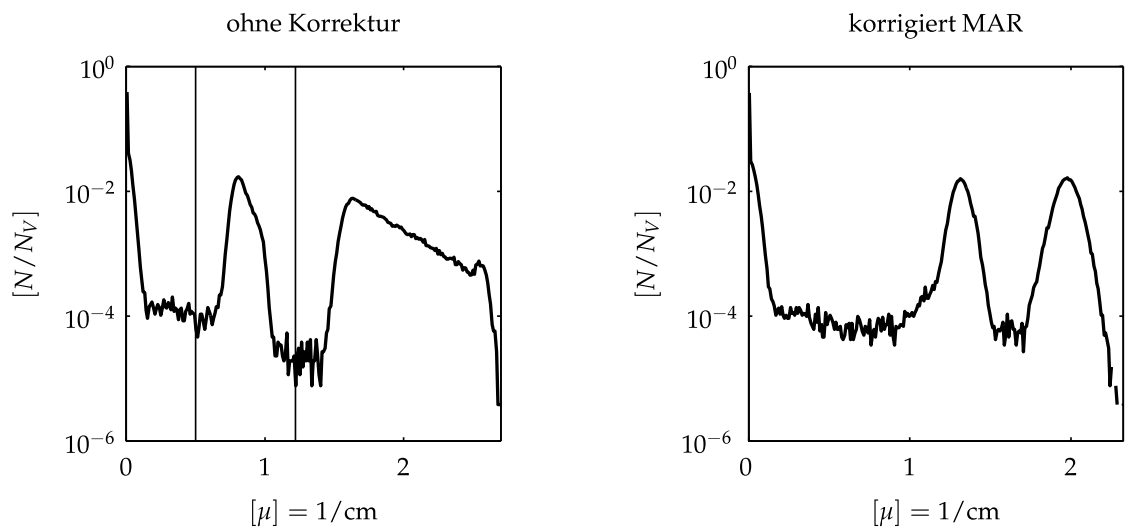


Abbildung 4.14: Darstellung der Histogramme der Schnittbilder des simulierten Testkörpers TKS04 (Kategorie [1:1:1]) vor und nach der Korrektur.

| Bildregion | Maß | unkorrigiert | MAR |
|-------------|-------|--------------|--------|
| Luft | C_H | 0,9574 | 0,9664 |
| | C_R | 0,0001 | 0,0002 |
| Aluminium | C_H | 0,9448 | 0,9551 |
| | C_R | 0,0011 | 0,0016 |
| Titan | C_H | 0,8628 | 0,9634 |
| | C_R | 0,0191 | 0,0029 |
| Luft vs. Al | C_K | 0,3000 | 0,5627 |
| Luft vs. Ti | C_K | 0,6604 | 0,8425 |
| Al vs. Ti | C_K | 0,3604 | 0,2797 |

Tabelle 4.12: Vergleich der Bildgüteparameter für unkorrigierte und mit dem MAR-Verfahren korrigierte Daten von unterschiedlichen Bildregionen des simulierten Testkörpers TKS04.

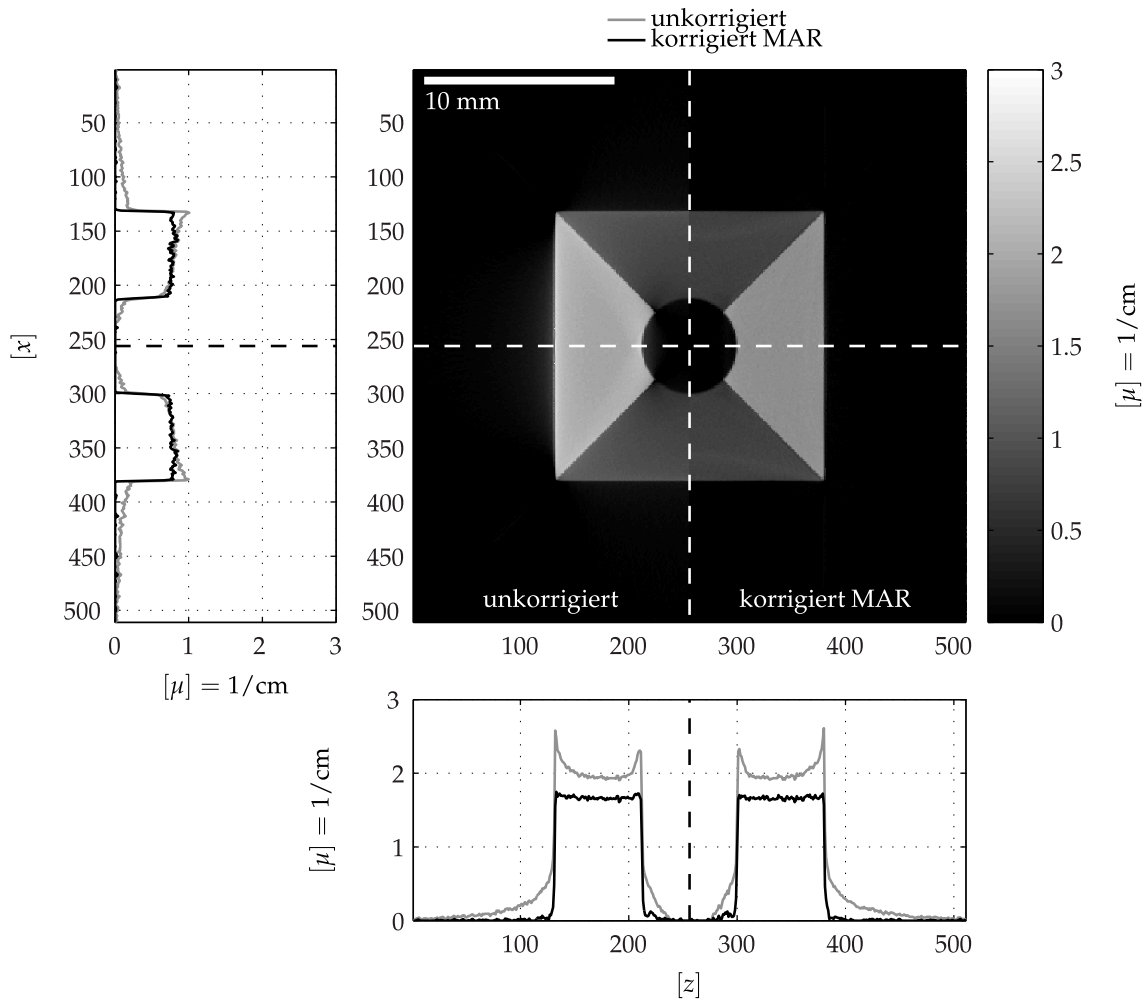


Abbildung 4.15: Ergebnis des MAR-Verfahrens im Vergleich zu unkorrigierten CT-Daten des simulierten Testkörpers TKS05 (Kategorie [1:0:1]).

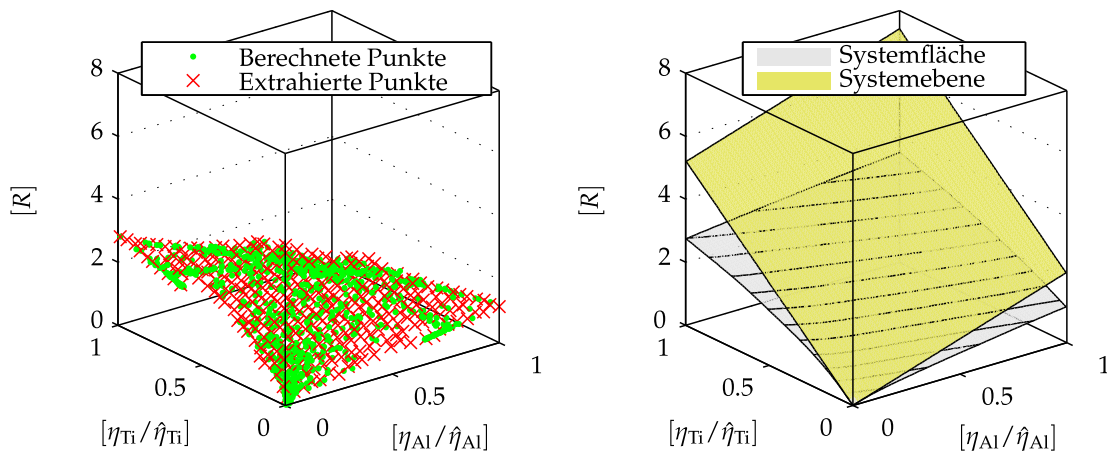


Abbildung 4.16: Darstellung der extrahierten Datenpunkte und der generierten Systemfläche bzw. -ebene des simulierten Testkörpers TKS05 (Kategorie [1:0:1]).

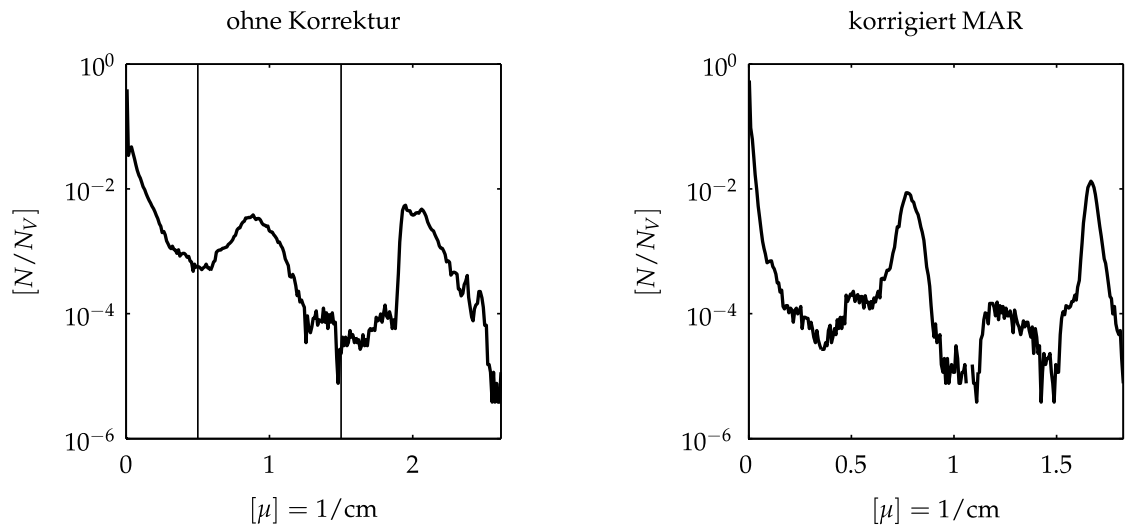


Abbildung 4.17: Darstellung der Histogramme der Schnittbilder des simulierten Testkörpers TKS05 (Kategorie [1:0:1]) vor und nach der Korrektur.

| Bildregion | Maß | unkorrigiert | MAR |
|-------------|-------|--------------|--------|
| Luft | C_H | 0,9374 | 0,9824 |
| | C_R | 0,0028 | 0,0001 |
| Aluminium | C_H | 0,8987 | 0,9439 |
| | C_R | 0,0065 | 0,0015 |
| Titan | C_H | 0,8463 | 0,9408 |
| | C_R | 0,0031 | 0,0005 |
| Luft vs. Al | C_K | 0,3161 | 0,4243 |
| Luft vs. Ti | C_K | 0,7579 | 0,9100 |
| Al vs. Ti | C_K | 0,4418 | 0,4856 |

Tabelle 4.13: Vergleich der Bildgüteparameter für unkorrigierte und mit dem MAR-Verfahren korrigierte Daten von unterschiedlichen Bildregionen des simulierten Testkörpers TKS05.

4.2.2 Reale Messdaten

Im Folgenden sind die Ergebnisse des Korrekturverfahrens für die Kombination zweier Materialien im Testkörper TKR01 dargestellt. Gezeigt werden die Resultate der Korrektur der Daten aus den Messungen mit der Konfiguration FE4_PE0 und FE0_PE4. Bei beiden Messungen war die mittlere Bohrung leer. Die Testkörper lassen sich der Kategorie [1:1:1] zuordnen.

| Parameter | TKR01 FE4_PE0 | TKR01 FE0_PE4 |
|--------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|---------------|
| $N_{Vx} \times N_{Vy} \times N_{Vz}$ | $1023 \times 1023 \times 1$ | |
| $D_{Vx} \times D_{Vy} \times D_{Vz}$ | $79,94 \mu\text{m} \times 79,94 \mu\text{m} \times 70,27 \mu\text{m}$ | |
| F_V | 1 | |
| $F_{\Delta\phi}$ | 1 | |
| $T/\hat{\mu}$ | $[0,38 \ 0,59]$ | |
| N_{TI} | 7 | |
| $N_{\#}$ | 20 | |
| N_P^r | 10.000 | |
| $\check{N}_{P\#}$ | 0 | |
| $\lambda(D_{\eta})$ | D_{η} | |
| $\zeta(\eta)$ | $e^{-c_{\xi}\eta}$ | |
| c_{ξ} | 0,5 | |
| ϵ_{Λ} | 0,05 | |
| ϵ_{η} | 0,001 | |

Tabelle 4.14: Korrektur- und Prozessparameter des Testkörpers TKR01 in den Konfigurationen FE4_PE0 und FE0_PE4.

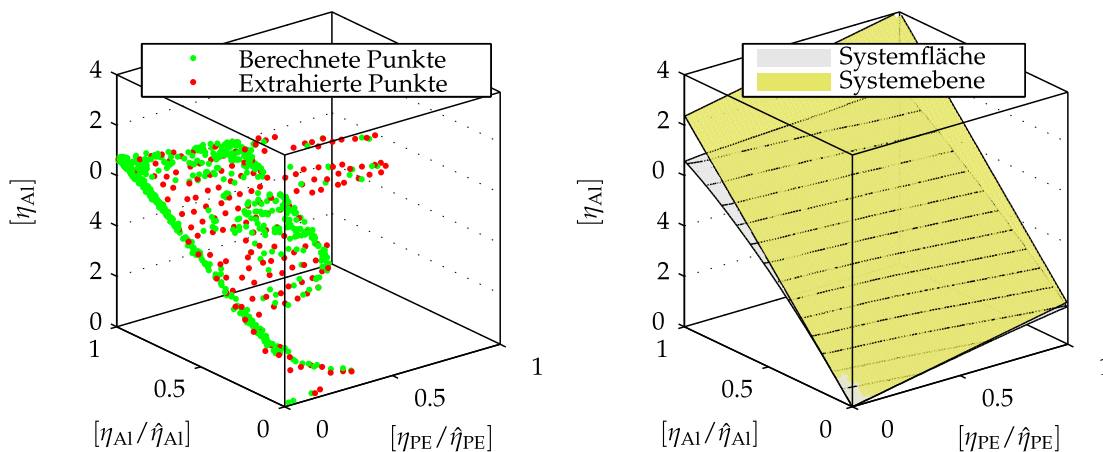


Abbildung 4.18: Darstellung der extrahierten Datenpunkte und der generierten Systemfläche bzw. -ebene des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE0_PE4.

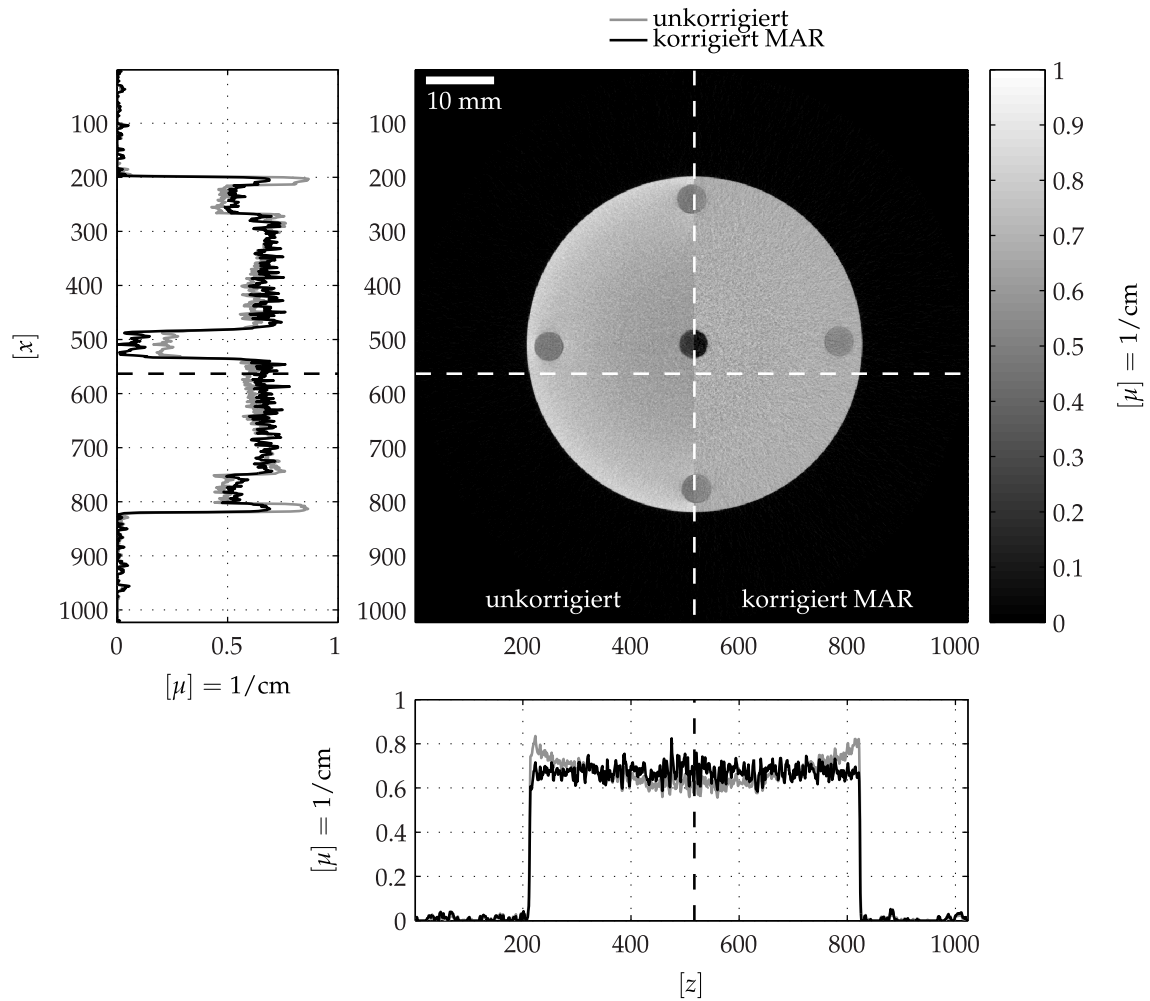


Abbildung 4.19: Ergebnis des MAR-Verfahrens im Vergleich zu unkorrigierten Daten des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE0_PE4.

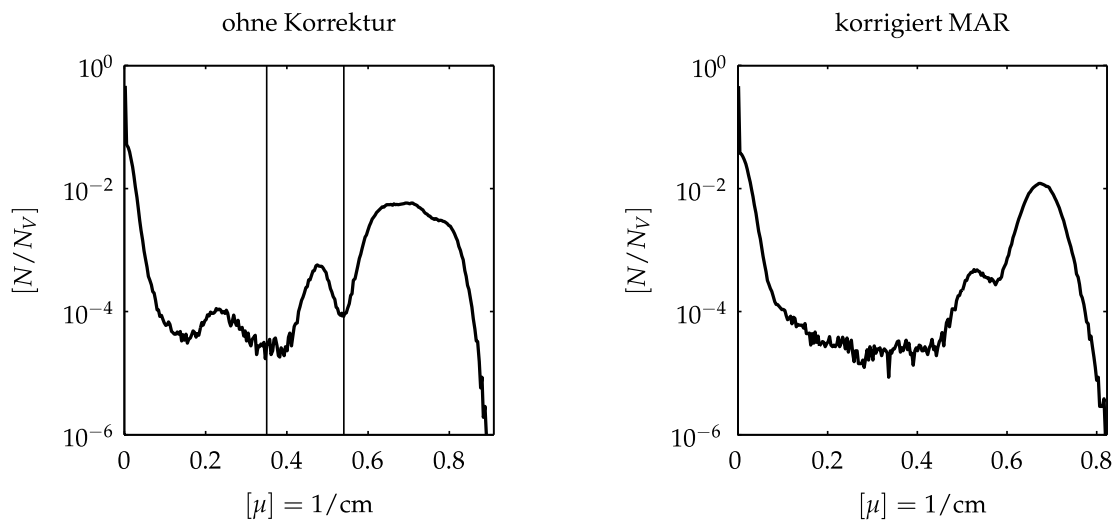


Abbildung 4.20: Darstellung der Histogramme der Schnittbilder des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE0_PE4 vor und nach der Korrektur.

| Bildregion | Maß | unkorrigiert | MAR |
|-------------|-------|--------------|--------|
| Luft | C_H | 0,9941 | 0,9914 |
| | C_R | 0,0008 | 0,0007 |
| Aluminium | C_H | 0,9249 | 0,9342 |
| | C_R | 0,0022 | 0,0040 |
| Stahl | C_H | 0,9094 | 0,9629 |
| | C_R | 0,0176 | 0,0056 |
| Luft vs. Al | C_K | 0,5166 | 0,6325 |
| Luft vs. Fe | C_K | 0,7587 | 0,8133 |
| Al vs. Fe | C_K | 0,2421 | 0,1808 |

Tabelle 4.15: Vergleich der Bildgüteparameter für unkorrigierte und mit dem MAR-Verfahren korrigierte Daten von unterschiedlichen Bildregionen des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE0_PE4.

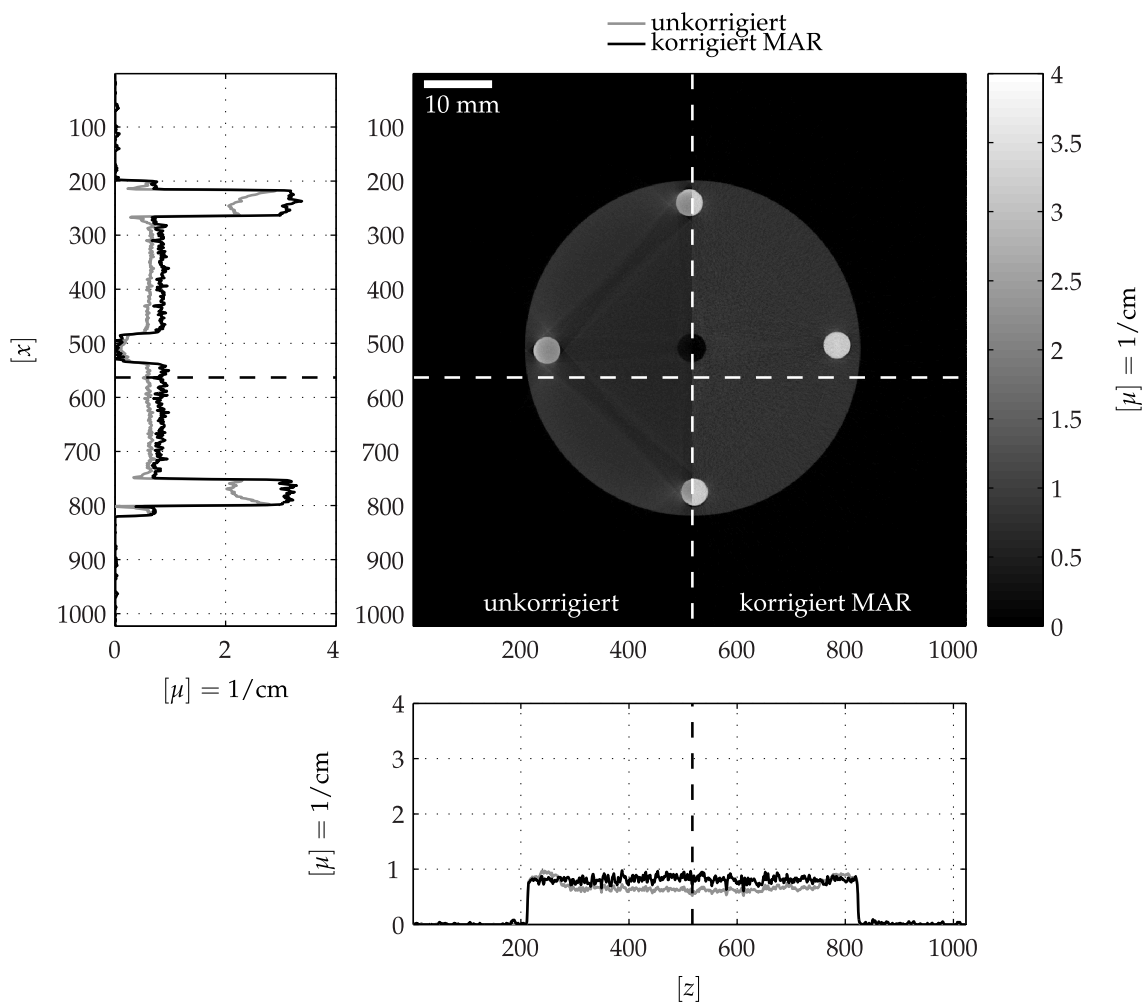


Abbildung 4.21: Ergebnis des MAR-Verfahrens im Vergleich zu unkorrigierten Daten des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE4_PE0.

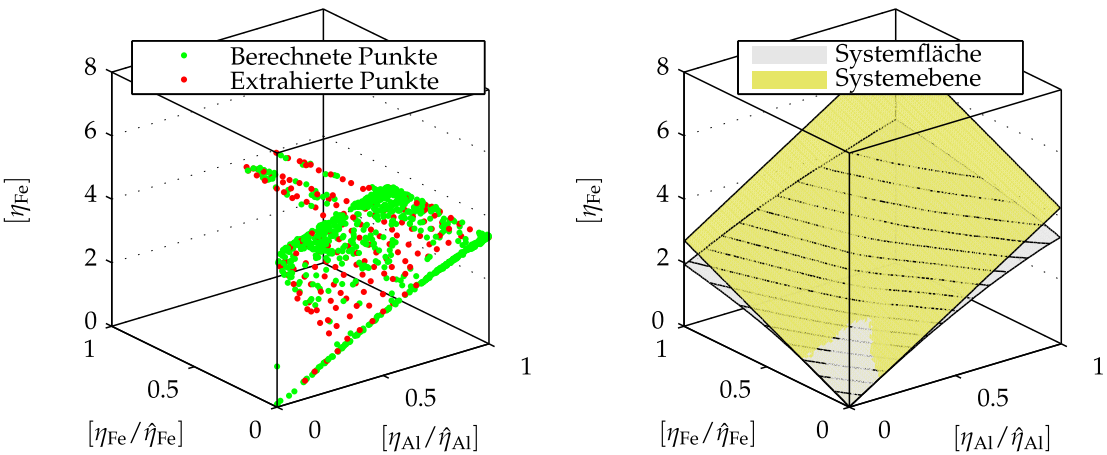


Abbildung 4.22: Darstellung der extrahierten Datenpunkte und der generierten Systemfläche bzw. -ebene des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE4_PE0.

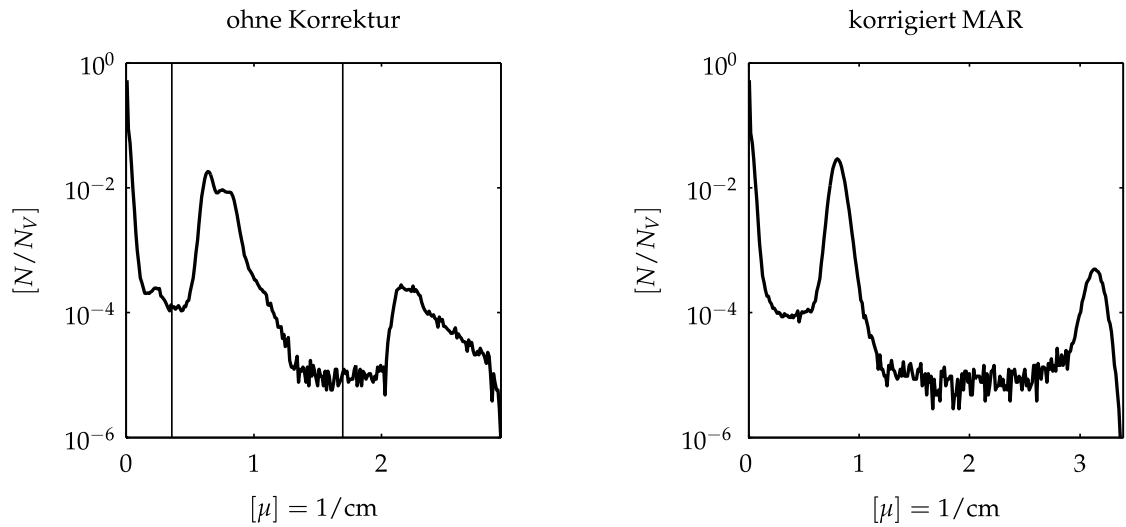


Abbildung 4.23: Darstellung der Histogramme der Schnittbilder vor und nach der Korrektur des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE4_PE0.

| Bildregion | Maß | unkorrigiert | MAR |
|-------------|-------|--------------|--------|
| Luft | C_H | 0,9919 | 0,9859 |
| | C_R | 0,0001 | 0,0001 |
| Aluminium | C_H | 0,9770 | 0,9776 |
| | C_R | 0,0044 | 0,0010 |
| Stahl | C_H | 0,8693 | 0,9226 |
| | C_R | 0,0101 | 0,0016 |
| Luft vs. Al | C_K | 0,2391 | 0,2360 |
| Luft vs. Fe | C_K | 0,7695 | 0,9241 |
| Al vs. Fe | C_K | 0,5304 | 0,6881 |

Tabelle 4.16: Vergleich der Bildgüteparameter für unkorrigierte und korrigierte Daten von unterschiedlichen Bildregionen des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE4_PE0.

4.3 Dreimaterialige Objekte

Im Folgenden sind die Ergebnisse des vorgeschlagenen Korrekturverfahrens für drei Materialien dargestellt. Die Darstellung der Ergebnisse ist hierbei besonders schwierig, da die Möglichkeiten zur Darstellung von vierdimensionalen Daten begrenzt sind. Daher wurden bei der Visualisierung der Punktwolke und der generierten Systemfläche bzw. -ebene für das am stärksten absorbierende Material repräsentative Intervalle gewählt. Die Gesamtzahl an Abbildungen ist dadurch wesentlich höher, als bei den Korrekturergebnissen zuvor.

4.3.1 Simulationsdaten

| Röntgenquelle ComputedSource | Röntgendetektor FlatPanelDetector | Geometrie Fächerstrahl, Kreisbahn |
|---------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| $U_{RR}=120\text{ kV}$ | $N_{Px}=512$ | $D_{FD}=750.000\text{ }\mu\text{m}$ |
| $I_{RR}=120\text{ }\mu\text{A}$ | $N_{Py}=1$ | $D_{FO}=125.000\text{ }\mu\text{m}$ |
| $Z_{Vf}=—$ | $D_{Px}=400\text{ }\mu\text{m}$ | $M=6$ |
| $D_{Vf}=—$ | $D_{Py}=400\text{ }\mu\text{m}$ | $N_{\Delta\phi}=800$ |
| | $t_D=\text{Automatic}$ | |
| | $N_B=1$ | |

Tabelle 4.17: Simulationsparameter des Testkörpers TKS06

| | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|------------------------------------------------------|
| $N_{Vx}=511$ | $F_V=1$ | $\check{N}_{P\#}=5$ |
| $N_{Vy}=511$ | $F_{\Delta\phi}=1$ | $\lambda(D_\eta)=D_\eta$ |
| $N_{Vz}=1$ | $T/\hat{\mu}=[0,26\ 0,61\ 1,50]$ | $\xi(\boldsymbol{\eta})=e^{-c_\xi\boldsymbol{\eta}}$ |
| $D_{Vx}=56,87\text{ }\mu\text{m}$ | $N_{TI}=4$ | $c_\xi=0,5$ |
| $D_{Vy}=56,87\text{ }\mu\text{m}$ | $N_P^t=10.000$ | $\epsilon_A=0,25$ |
| $D_{Vz}=50,50\text{ }\mu\text{m}$ | $N_\#=25$ | $\epsilon_\eta=0,0001$ |

Tabelle 4.18: Korrektur- und Prozessparameter des Testkörpers TKS06

| Bildregion | Maß | unkorrigiert | MAR |
|-------------|-------|--------------|--------|
| Luft | C_H | 0,9448 | 0,9938 |
| | C_R | 0,0009 | 0,0000 |
| Kohlenstoff | C_H | 0,8987 | 0,9539 |
| | C_R | 0,0001 | 0,0001 |
| Aluminium | C_H | 0,8976 | 0,9683 |
| | C_R | 0,0016 | 0,0002 |
| Titan | C_H | 0,8976 | 0,9683 |
| | C_R | 0,0016 | 0,0002 |
| Luft vs. C | C_K | 0,9206 | 0,9294 |
| Luft vs. Al | C_K | 0,2262 | 0,1695 |
| Luft vs. Ti | C_K | 0,8738 | 0,9121 |
| C vs. Al | C_K | 0,1354 | 0,0984 |
| C vs. Ti | C_K | 0,7830 | 0,8410 |
| Al vs. Ti | C_K | 0,6476 | 0,7426 |

Tabelle 4.19: Vergleich der Bildgüteparameter für unkorrigierte und mit dem MAR-Verfahren korrigierte Daten von unterschiedlichen Bildregionen des simulierten Testkörpers TKS06 aus drei Materialien.

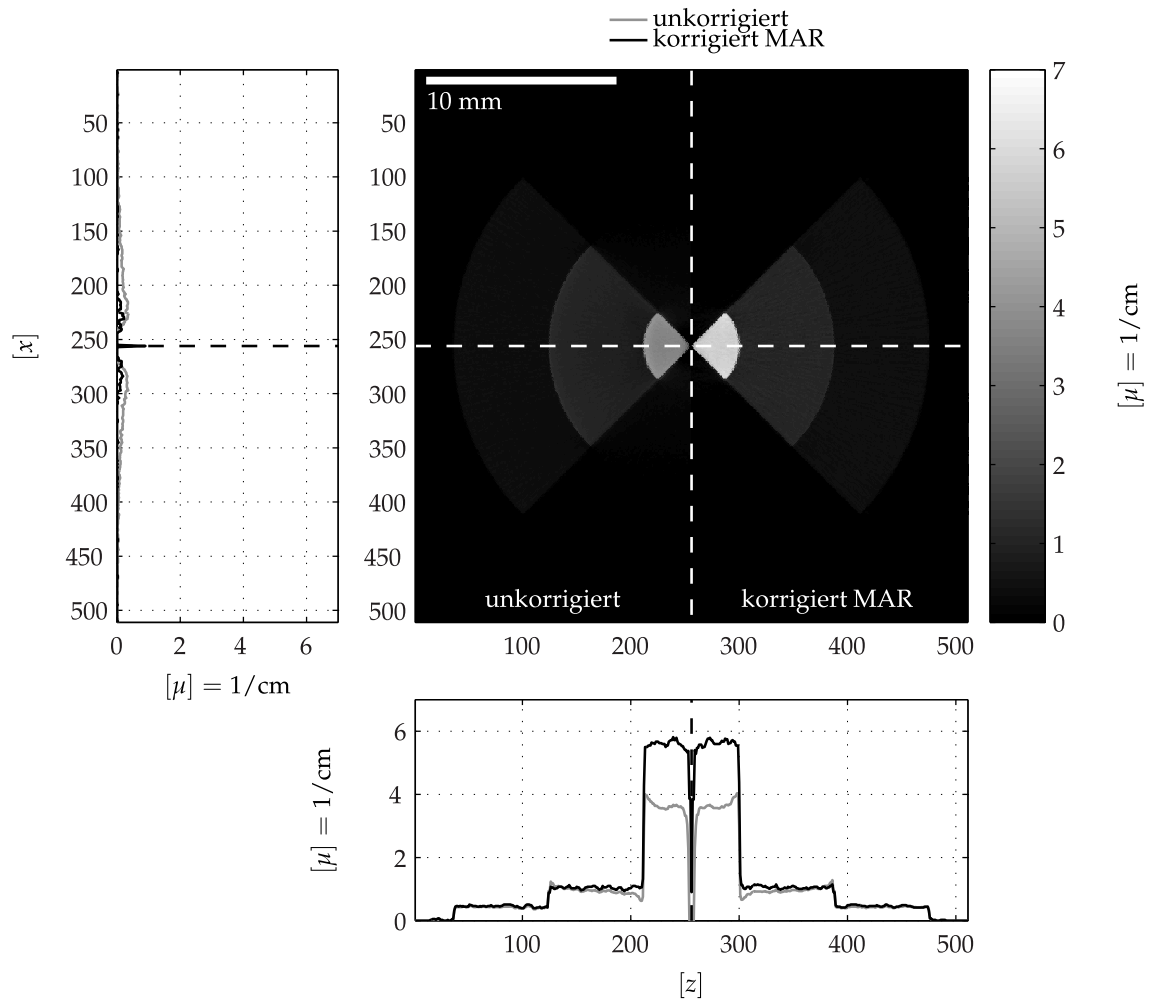


Abbildung 4.24: Ergebnis des MAR-Verfahrens im Vergleich zu unkorrigierten Daten für den simulierten Testkörper TKS06 aus Kohlenstoff, Aluminium und Titan.

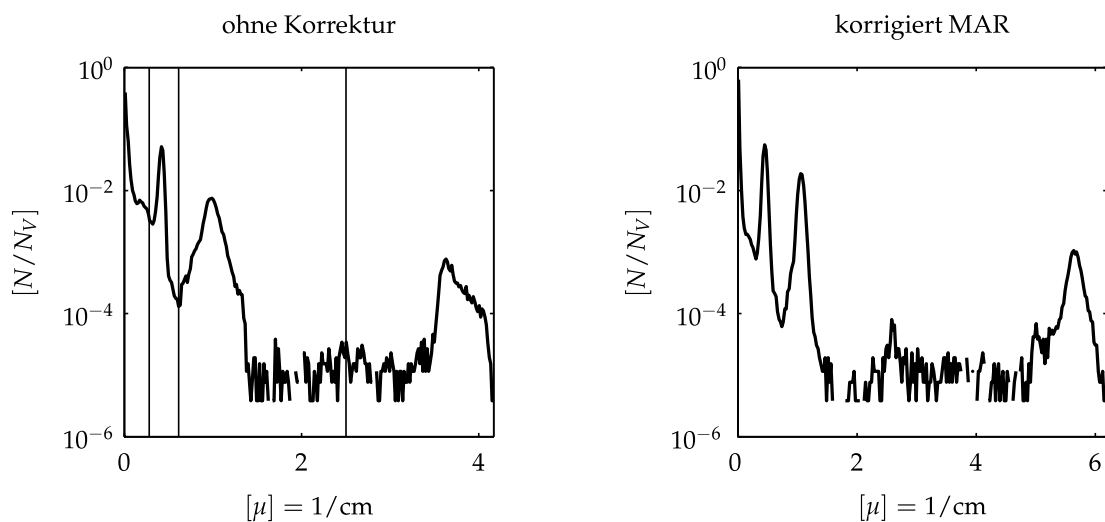


Abbildung 4.25: Vergleich der Histogramme der Schnittbilder vor und nach der Korrektur des simulierten Testkörpers TKS06 aus drei Materialien (Kohlenstoff, Aluminium und Titan).

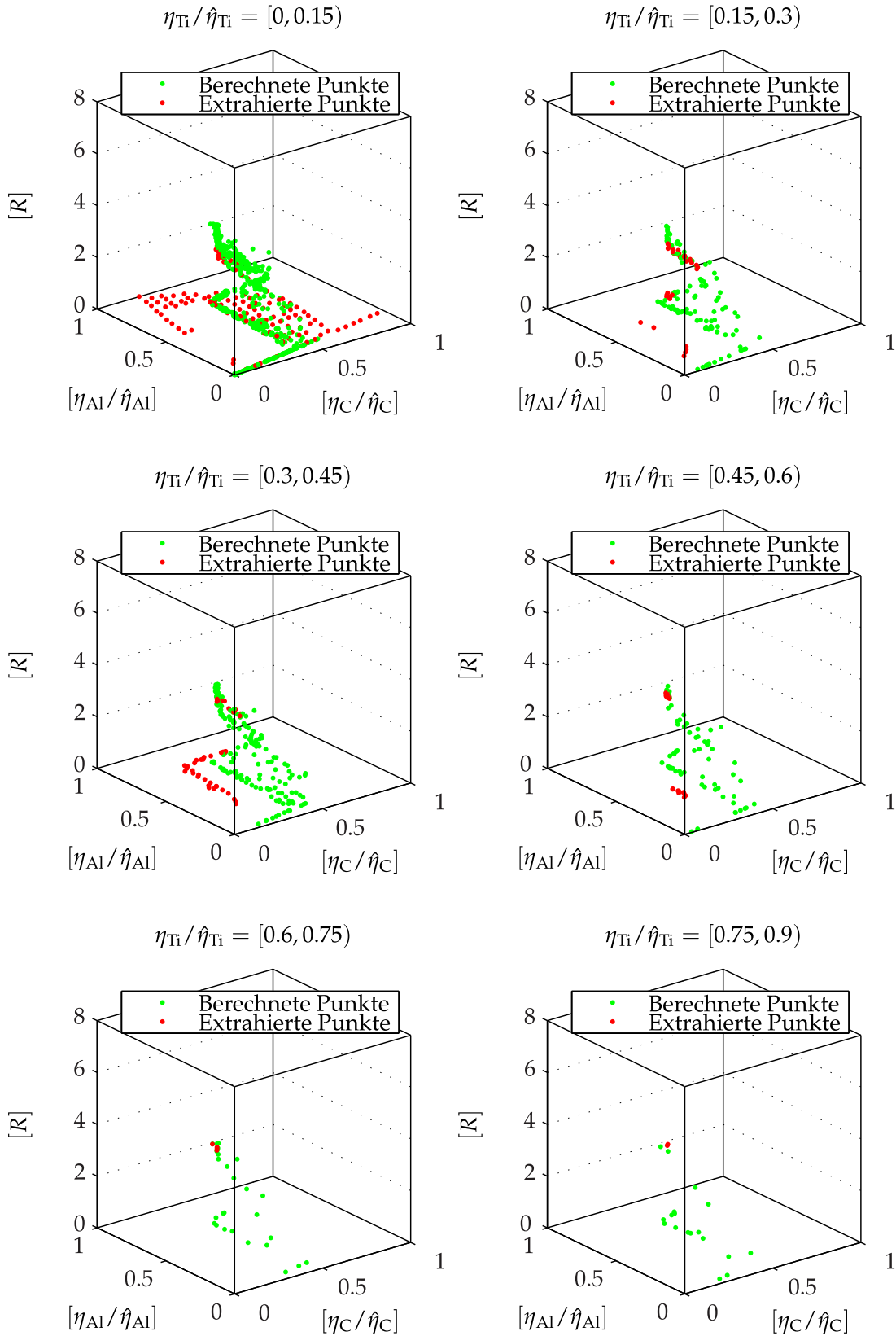


Abbildung 4.26: Darstellung der extrahierten Punktvolke für verschiedene Materialdickenintervalle des am stärksten absorbierenden Materials (Fe) des simulierten Testkörpers TKS06 aus drei Materialien (Kohlenstoff, Aluminium und Titan).

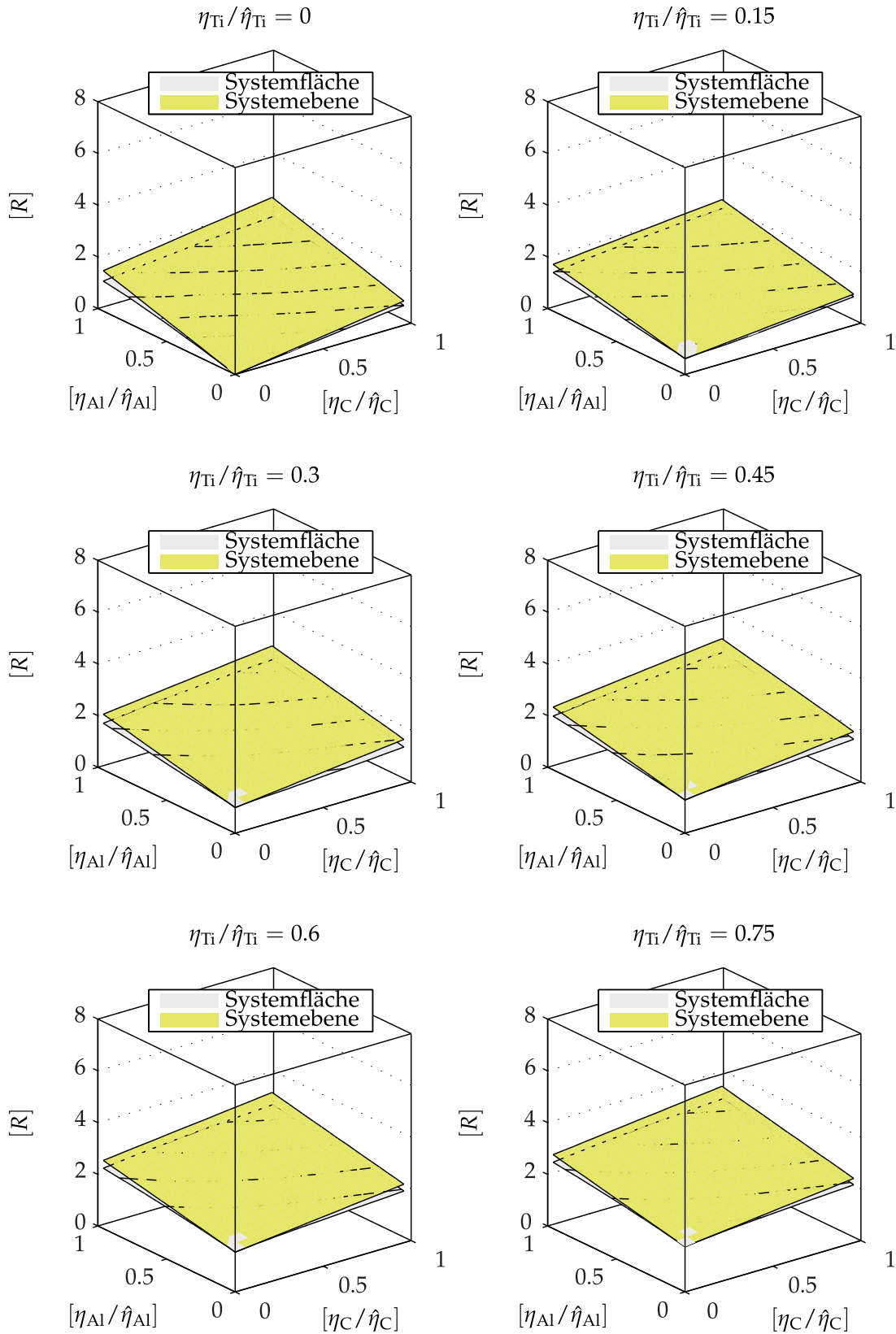


Abbildung 4.27: Darstellung der generierten Systemfläche und -ebene für verschiedene Materialdickenintervalle des am stärksten absorbierenden Materials (Fe) des simulierten Testkörpers TKS06 aus drei Materialien (Kohlenstoff, Aluminium und Titan).

4.3.2 Reale Messdaten

Im Folgenden sind die Ergebnisse des Korrekturverfahrens für die Kombination zweier Materialien im Testkörper TKR01 dargestellt. Gezeigt werden die Resultate der Korrektur der Daten aus den Messungen mit der Konfiguration FE2_PE2 (Kategorie [1:1:2:1]).

| | | |
|----------------------------|------------------------------------|----------------------------|
| $N_{Vx}=1023$ | $F_V=1$ | $\check{N}_{P\#}=2$ |
| $N_{Vy}=1023$ | $F_{\Delta\phi}=1$ | $\lambda(D_\eta)=D_\eta$ |
| $N_{Vz}=1$ | $T/\hat{\mu}=[0,14 \ 0,35 \ 1,50]$ | $\xi(\eta)=e^{-c_\xi\eta}$ |
| $D_{Vx}=79,49 \mu\text{m}$ | $N_{II}=7$ | $c_\xi=0,5$ |
| $D_{Vy}=79,49 \mu\text{m}$ | $N_P^I=10.000$ | $\epsilon_\Lambda=0,1$ |
| $D_{Vz}=79,27 \mu\text{m}$ | $N_\#=20$ | $\epsilon_\eta=0,001$ |

Tabelle 4.20: Korrektur- und Prozessparameter

| Bildregion | Maß | unkorrigiert | MAR |
|-------------|-------|--------------|--------|
| Luft | C_H | 0,9941 | 0,9863 |
| | C_R | 0,0001 | 0,0001 |
| PE | C_H | 0,9102 | 0,9328 |
| | C_R | 0,0002 | 0,0007 |
| Al | C_H | 0,9784 | 0,9895 |
| | C_R | 0,0031 | 0,0014 |
| Fe | C_H | 0,8378 | 0,8863 |
| | C_R | 0,0106 | 0,0030 |
| Luft vs. PE | C_K | 0,1632 | 0,1879 |
| Luft vs. Al | C_K | 0,2363 | 0,3113 |
| Luft vs. Fe | C_K | 0,7651 | 0,9155 |
| PE vs. Al | C_K | 0,0731 | 0,1234 |
| PE vs. Fe | C_K | 0,6019 | 0,7276 |
| Al vs. Fe | C_K | 0,5288 | 0,6042 |

Tabelle 4.21: Vergleich der Bildgüteparameter für unkorrigierte und mit dem MAR-Verfahren korrigierte Daten von unterschiedlichen Bildregionen des realen Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE2_PE2.

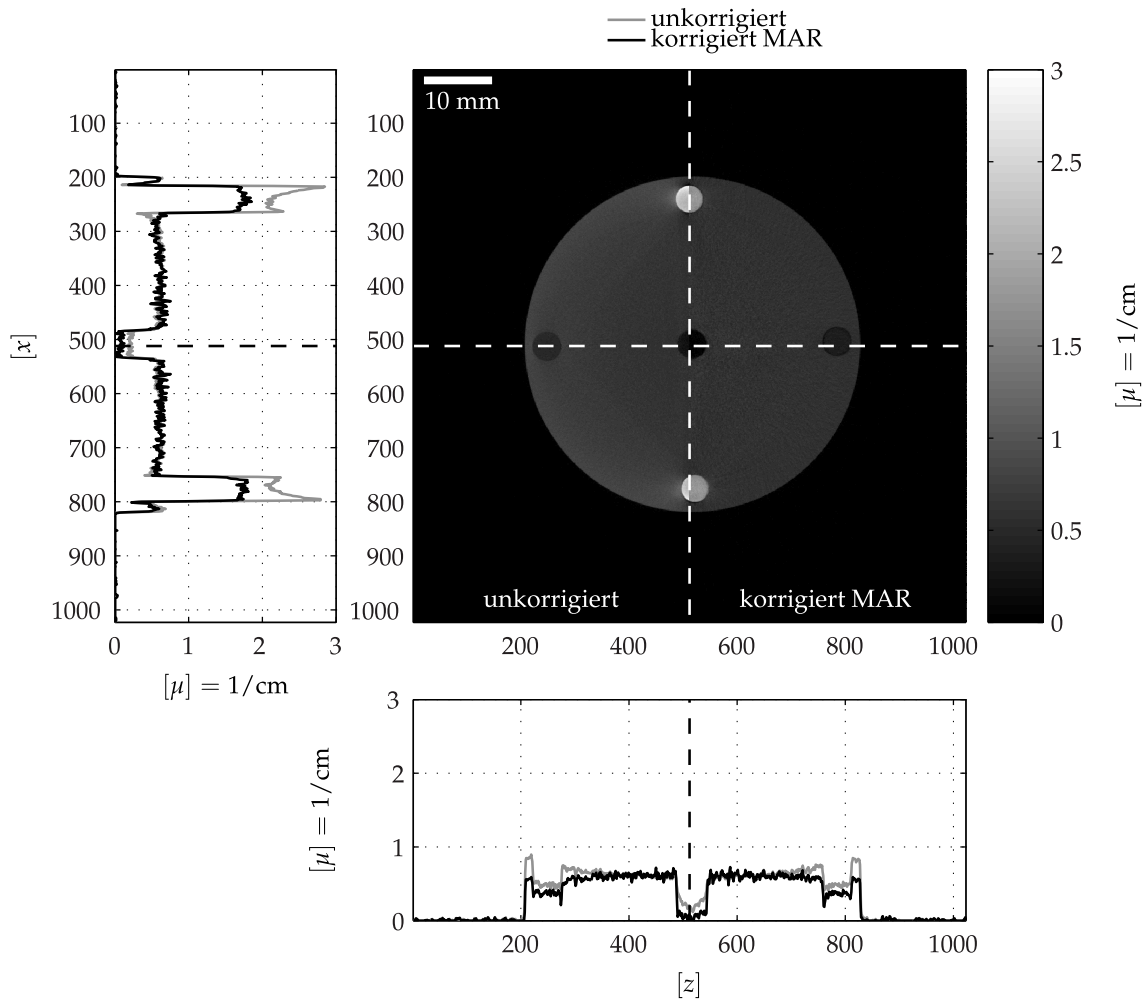


Abbildung 4.28: Ergebnis des MAR-Verfahrens im Vergleich zu unkorrigierten Daten des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE2_PE2.

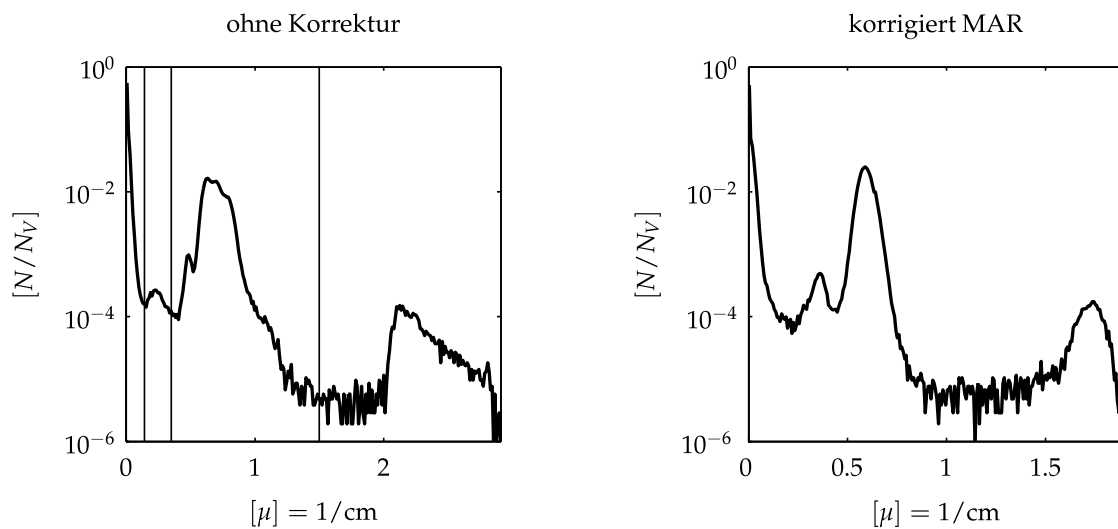


Abbildung 4.29: Vergleich der Histogramme der Schnittbilder vor und nach der Korrektur des CT-Bildes des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE2_PE2. aus drei Materialien.

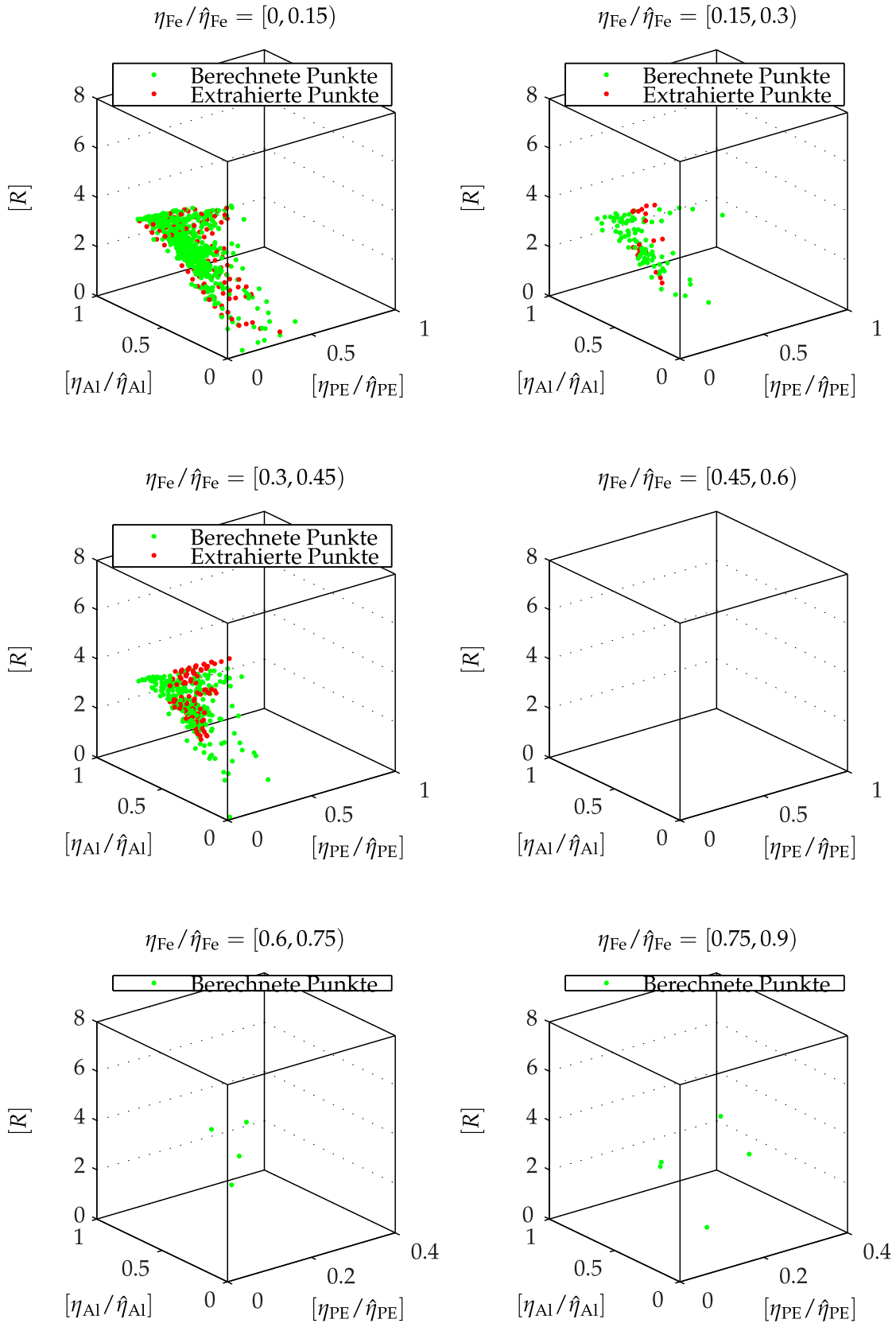


Abbildung 4.30: Darstellung der extrahierten Punktwolke für verschiedene Materialdickenintervalle des am stärksten absorbierenden Materials (Fe) des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE2_PE2.

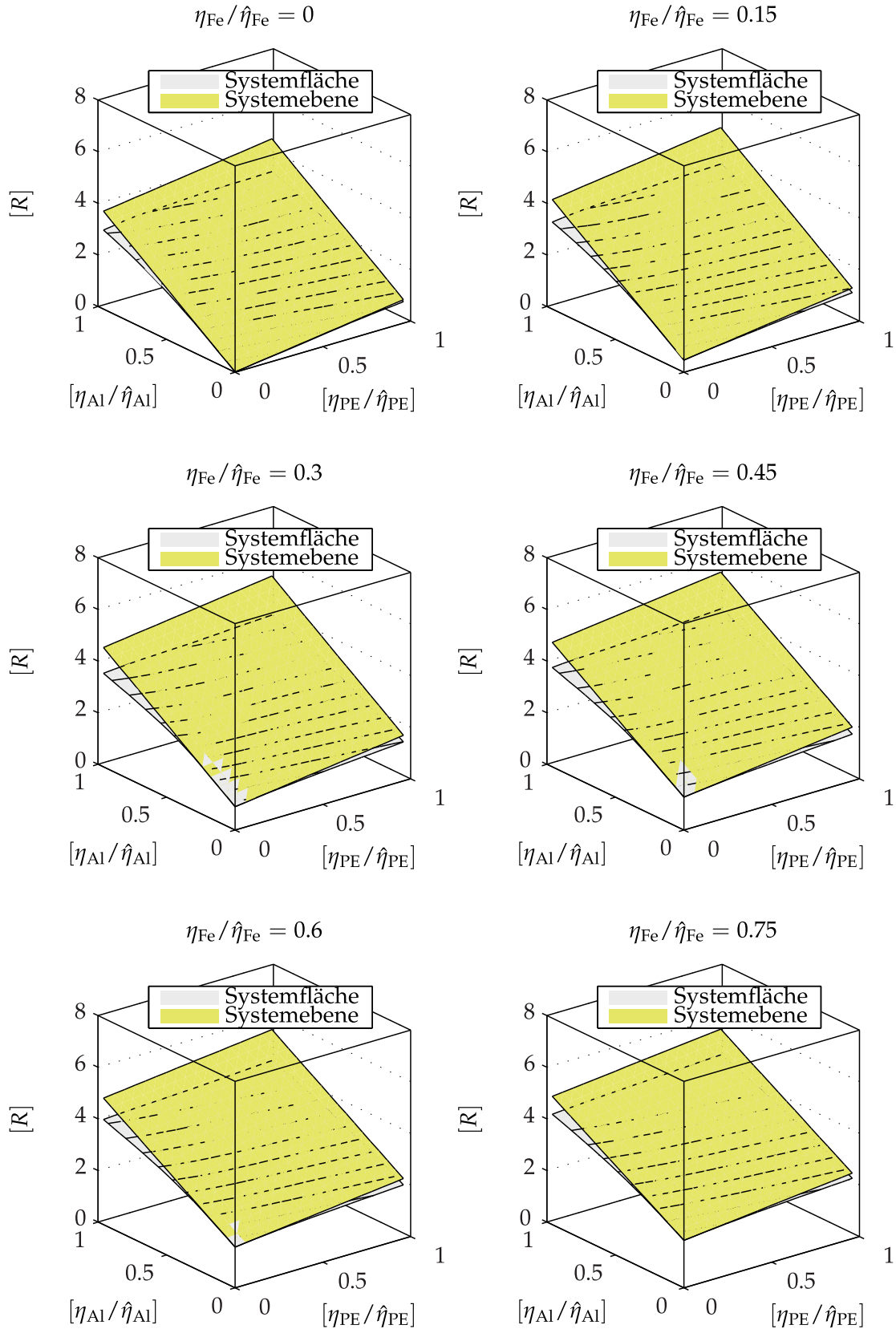


Abbildung 4.31: Darstellung der generierten Systemfläche und -ebene für verschiedene Materialdickenintervalle des am stärksten absorbierenden Materials (Fe) des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE2_PE2.

4.4 Anwendungsbeispiel

Im Folgenden werden Bilder eines realen Prüfobjekts gezeigt, die aufgrund einer ausgeprägten Artefaktbildung nur ungenügend ausgewertet werden können. Dies beinhaltet sowohl eine Fehlerfindung im Material als auch die Bestimmung dimensioneller Messgrößen. Bei dem Prüfobjekt handelt es sich um einen Bremsattel einer handelsüblichen hydraulischen Fahrradbremse. Der Korpus besteht aus zwei Aluminiumussteilen, die über zwei Stahlschrauben miteinander verbunden sind. Zusätzlich befinden sich die Aufnehmer für die Bremsbelege im Prüfobjekt. Im Zentrum der Aufnehmer befindet sich jeweils ein Magnet. Des Weiteren sind noch Reste der Hydraulikflüssigkeit festzustellen. Anhand einer beispielhaften Messaufgabe wird gezeigt, wie durch das Korrekturverfahren die Auswertbarkeit der erzeugten Daten verbessert werden kann. Dabei werden die Durchmesser zweier Bohrungen im Korpus des Bremssattels zur Aufnahme der Schraubenköpfe mit Hilfe der Visualisierungs- und Auswertesoftware VG Studio Max 2.1 in den CT-Daten bestimmt und mit taktil gemessenen Referenzwerten verglichen.

| Röntgenquelle FXT-225.99 | Röntgendetektor PE XRD 1620 AN | Geometrie Kegelstrahl, Kreisbahn |
|---------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| $U_{RR}=220\text{ kV}$ | $N_{Px}=2048$ | $D_{FD}=800,232\text{ }\mu\text{m}$ |
| $I_{RR}=220\text{ }\mu\text{A}$ | $N_{Py}=2048$ | $D_{FO}=208,031\text{ }\mu\text{m}$ |
| $Z_{Vf}=---$ | $D_{Px}=200\text{ }\mu\text{m}$ | $M=3,85$ |
| $D_{Vf}=---$ | $D_{Py}=200\text{ }\mu\text{m}$ | $N_{\Delta\phi}=1200$ |
| | $t_D=999\text{ ms}$ | |
| | $N_B=1$ | |

Tabelle 4.22: Messparameter

| | | |
|------------------------------------|----------------------------------|----------------------------|
| $N_{Vx}=511$ | $F_V=4$ | $\check{N}_{P\#}=10$ |
| $N_{Vy}=511$ | $F_{\Delta\phi}=3$ | $\lambda(D_\eta)=D_\eta$ |
| $N_{Vz}=512$ | $T/\hat{\mu}=[0,19\ 0,87\ 1,72]$ | $\xi(\eta)=e^{-c_\xi\eta}$ |
| $D_{Vx}=201,87\text{ }\mu\text{m}$ | $N_{TI}=2$ | $c_\xi=0,5$ |
| $D_{Vy}=201,87\text{ }\mu\text{m}$ | $N_p^s=10.000$ | $\epsilon_A=0,3$ |
| $D_{Vz}=156,41\text{ }\mu\text{m}$ | $N_\#=20$ | $\epsilon_\eta=0,0001$ |

Tabelle 4.23: Korrektur- und Prozessparameter

| Bildregion | Maß | unkorrigiert | MAR |
|--------------|-------|--------------|--------|
| Luft | C_H | 0,9899 | 0,9951 |
| | C_R | 0,0003 | 0,0001 |
| Aluminium | C_H | 0,9568 | 0,9525 |
| | C_R | 0,0029 | 0,0029 |
| Stahl(Fe) | C_H | 0,8417 | 0,8177 |
| | C_R | 0,0009 | 0,0015 |
| Magnet(Mgt) | C_H | 0,7354 | 0,8349 |
| | C_R | 0,0091 | 0,0024 |
| Luft vs. Al | C_K | 0,1308 | 0,1334 |
| Luft vs. Fe | C_K | 0,5143 | 0,4984 |
| Luft vs. Mgt | C_K | 0,7152 | 0,8582 |
| Al vs. Fe | C_K | 0,3836 | 0,3651 |
| Al vs. Mgt | C_K | 0,5844 | 0,7248 |
| Fe vs. Mgt | C_K | 0,2009 | 0,3598 |

Tabelle 4.24: Vergleich der Bildgüteparameter für unkorrigierte und mit dem MAR-Verfahren korrigierte Daten von unterschiedlichen Bildregionen des realen Messobjekts OBJ01 aus drei Materialien.

| Messgröße | unkorrigiert (u) | MAR (k) | Referenz (r) | $r - u$ | $r - k$ |
|-------------|------------------|---------|--------------|---------|---------|
| $[R1] = mm$ | 5,7296 | 5,6981 | 5,5600 | 0,1696 | 0,1278 |
| $[R2] = mm$ | 5,7218 | 5,6985 | 5,5703 | 0,1618 | 0,1282 |

Tabelle 4.25: Ergebnis einer beispielhaften dimensionellen Messaufgabe. Die Aufgabe besteht darin, den Durchmesser der Bohrungen zur Aufnahme der Schraubenköpfe zu bestimmen. Verglichen werden die Ergebnisse der Durchmesserbestimmung in den unkorrigierten und korrigierten CT-Daten mit den Messdaten eines taktilen Koordinatenmessgerätes. Als Software zur Auswertung der CT-Bilder diente VG Studio Max 2.1. Die Auswertung erfolgte dabei unter Verwendung der von der Software vorgeschlagenen Parameter.

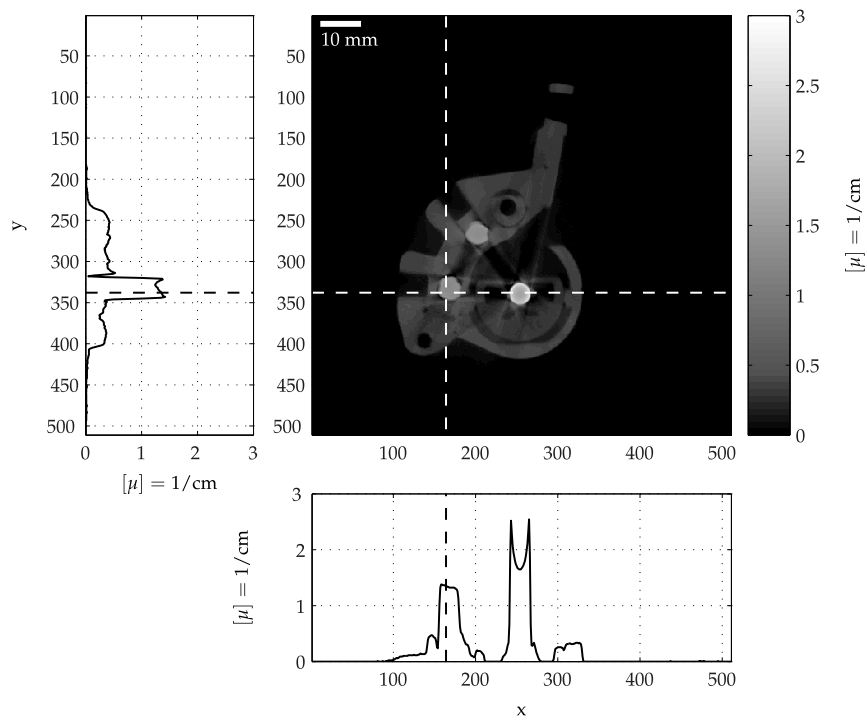


Abbildung 4.32: Schnitt durch das unkorrigierte CT-Bild des realen Messobjekts OBJ01 aus Aluminium, Stahl und Magnetmaterial.

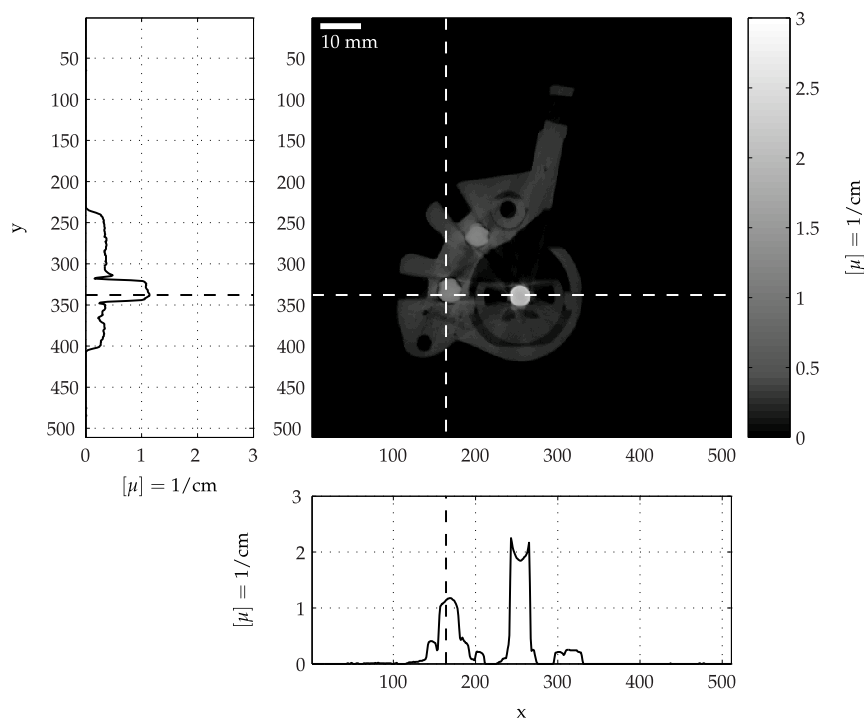


Abbildung 4.33: Schnitt durch das korrigierte CT-Bild des realen Messobjekts OBJ01 aus Aluminium, Stahl und Magnetmaterial.

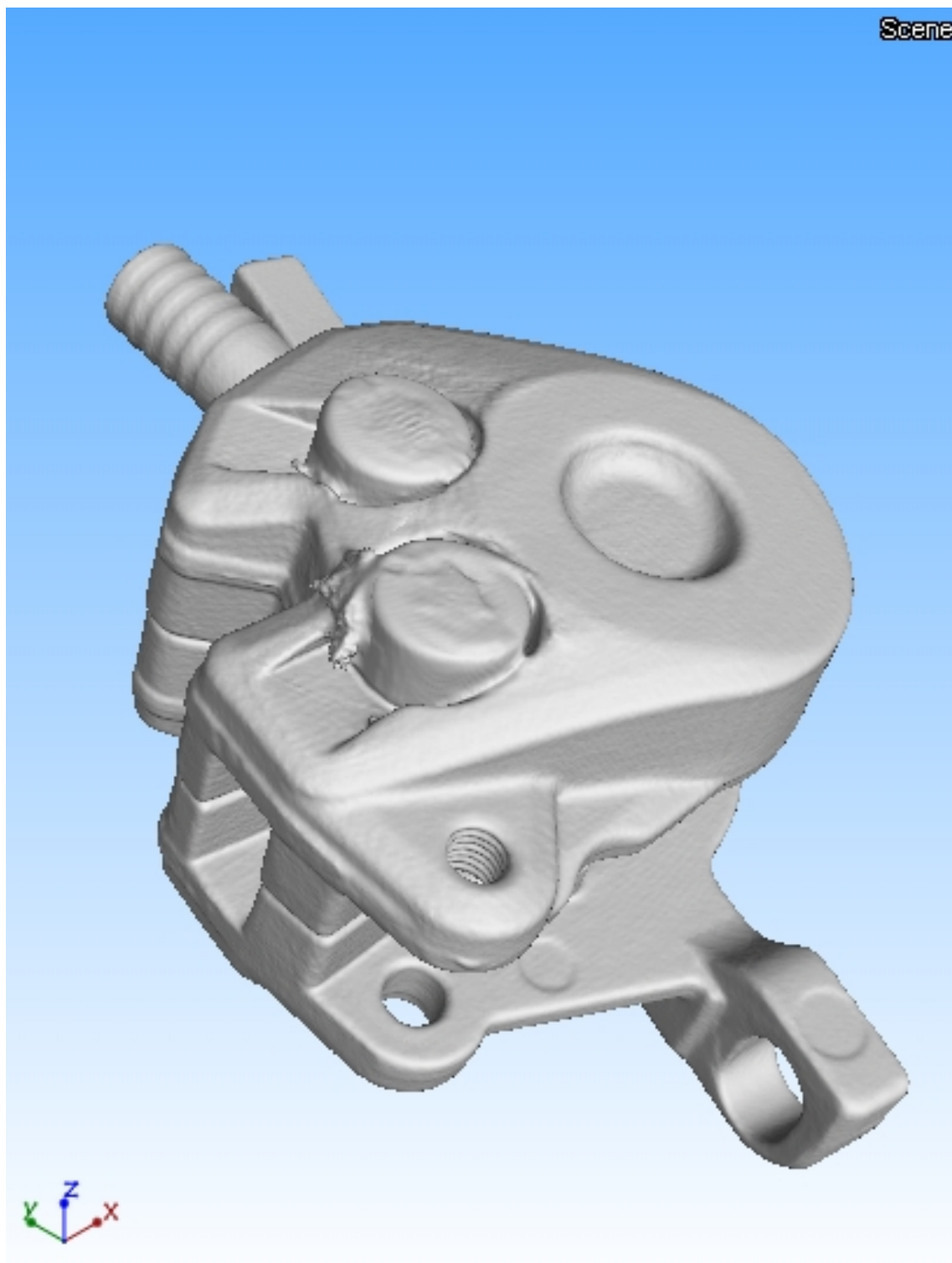


Abbildung 4.34: 3-D-Darstellung des unkorrigierten CT-Bildes des realen Messobjekts OBJ01 aus Aluminium, Stahl und Magnetmaterial.

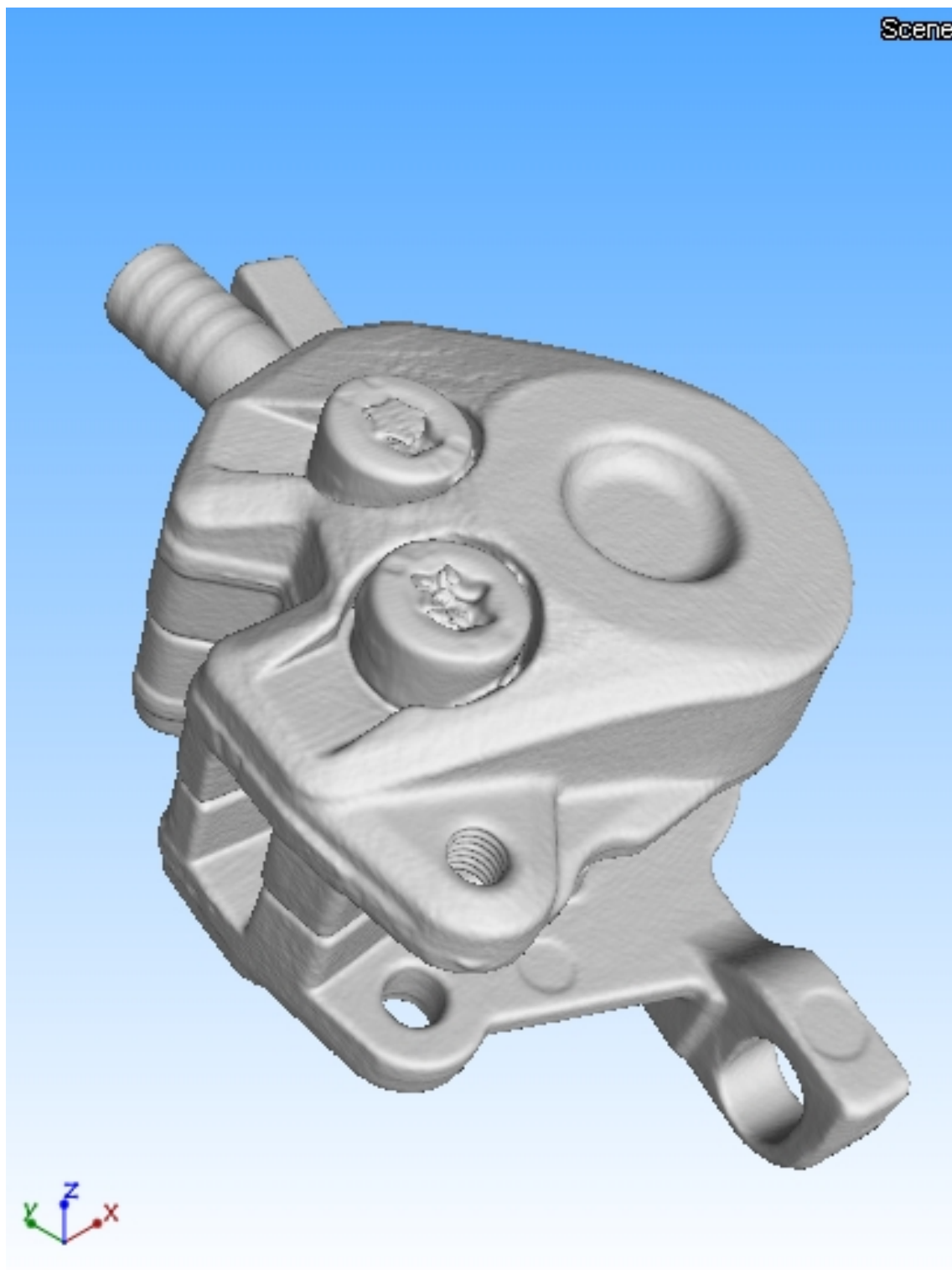


Abbildung 4.35: 3-D-Darstellung des korrigierten CT-Bildes des realen Messobjekts OBJ01 aus Aluminium, Stahl und Magnetmaterial.

Kapitel 5

Diskussion

5.1 Bewertung der Ergebnisse

5.1.1 Ein Material

Bei der Anwendung des MAR-Verfahrens auf Objekte aus einem Material zeigt sich, dass bereits die zweite Iteration im CT-Bild kaum Veränderungen zum CT-Bild der vorhergehenden Iteration bewirkt. Die Artefakte werden subjektiv deutlich reduziert – das Cupping-Artefakt ist fast vollständig verschwunden. Die Linienprofile in Abbildung 4.1 und 4.3 lassen am Rand ein sehr leichtes Überspringen erkennen. Dies ist eventuell auf die schlechte Approximation der Systemkurve im Bereich der kurzen Materialdicken zurückzuführen. Fehlsegmentierungen wirken sich bei kurzen Materialdicken wesentlich stärker aus.

Verglichen mit der jeweiligen IAR-Kennlinie sind die ermittelten Systemkurven in den Abbildungen 4.2 und 4.4 sehr ähnlich. Bei den simulierten Daten sind die Systemkurve und die IAR-Kennlinie nahezu deckungsgleich. Bei den realen Daten weichen die Kurven im Bereich der kurzen Materialdicken voneinander ab. Die Systemkurve des MAR-Verfahrens kann hier die ermittelte Punktwolke besser approximieren. Dies kann mit den unterschiedlichen Regressionsmethoden begründet werden. Beim IAR-Verfahren wird ein Funktional aus einer Summe von Exponentialfunktionen verwendet, was lokale Anpassungen an die Punktwolke weniger zulässt als die im MAR-Verfahren verwendeten radialen Basisfunktionen. Die durch die Auswertung des Anstiegs im Nullpunkt der Systemkurve bestimmten Schwächungskoeffizienten für das Material sind bei beiden Datensätzen zu hoch. Durch den kleinen "Buckel" der Systemkurve bei den realen Daten wird der Anstieg im Nullpunkt erhöht, was zu einer deutlichen Steigerung der Voxelwerte im Vergleich zum unkorrigierten CT-Bild führt.

Der Vergleich der Histogramme vor und nach der Korrektur in Abbildung 4.2 und 4.4 zeigt, wie sich die Verteilung der Voxelwerte durch die Korrektur verändert. Unkorrigiert decken die Voxelwerte, die den verschiedenen Bildregionen (Luft und Material) zugeordnet werden können, einen großen Teil des Histogramms ab. Bei den realen Daten ist ein ausgeprägtes lokales Maximum bei $\mu \approx 0,25$ zu erkennen. Die dazugehörigen Voxel können den Bereichen im CT-Bild zugeordnet werden, die die unbefüllten Bohrungen des Testkörpers darstellen. Durch die Korrektur wurde dieses lokale Maximum beseitigt. Das Histogramm der korrigierten Simulationsdaten zeigt drei kleinere lokale Maxima, die Voxeln an den Objektkanten zugeordnet werden können. Die regelmäßige Anordnung der Maxima lässt einen Determinismus vermuten. Da es sich bei den Daten um Simulationen handelt, ist dies durchaus denkbar.

Die Auswertung der Bildgüteparameter Rauschen und Homogenität in Tabelle 4.5 und 4.7 zeigt, dass die Werte von IAR und MAR sehr ähnlich sind. Bei beiden Verfahren wird in allen Bildregionen das Rauschen verringert, die Homogenität gesteigert und der Kontrast zwischen den Bildregionen erhöht.

5.1.2 Zwei Materialien

Die Anwendung des Korrekturverfahrens auf CT-Daten von Objekten bestehend aus zwei Materialien zeigt, dass hierbei mehr Iterationen notwendig sind. Es sind zwei bis drei Iterationen ausreichend, um ein gutes Korrekturergebnis zu erzielen. Die verschiedenen Simulationen zeigen, wie das Korrekturverfahren auf unterschiedliche Zusammensetzungen der Punktwolke reagiert. Dazu wurden CT-Daten der in Tabelle 3.3 aufgeführten Beispielobjekte simuliert. Der erste simulierte Testkörper ist in Abbildung 4.5 dargestellt und zeigt ein [1:2:1]-Objekt. Die berechneten Materialdicken der unterschiedlichen Materialien decken gepaart mit den Abschwächungswerten einen großen Teil des $(N_M + 1)$ -dimensionalen Raum durch Punkte der Punktwolke ab. So enthalten 306 der vorhandenen $N_{\#}^{N_M} = 625$ Sektoren einen zur Regression benutzen repräsentativen Abschwächungswert. Das entspricht einer Abdeckung von fast 51 %. Die Regression dieser Punktwolke bereitet aufgrund dieser hohen Zahl an Stützstellen keine Schwierigkeiten. Bei den darauf folgenden Beispielen beträgt die Abdeckung des Raums nur $N_P^r / N_{\#}^{N_M} = 49/20^2 = 12,25\%$ beim [1:1:1]-Objekt in Abbildung 4.12 und $N_P^r / N_{\#}^{N_M} = 97/50^2 = 3,8\%$ beim [1:2:0]-Objekt in den Abbildungen 4.8 bzw. 4.10. Dies äußert sich in einer ungenaueren Beschreibung der Nichtlinearität insbesondere in den Bereichen, für die keine Punkte extrahiert werden können.

Die folgende Abbildung 5.1 zeigt, wie sich die Systemfläche durch die unterschiedliche Abdeckung verändert. Je weniger Punkte für die Beschreibung der Nichtlinearität vorhanden sind, desto größer ist die Abweichung. Dies bedeutet konkret, dass bei identischen Aufnahmebedingungen und vorkommenden Materialien die von einem [1:2:1]-Objekt bestimmte Systemfläche durchaus für die Korrektur von CT-Bildern von [1:1:1]-Objekten eingesetzt werden kann – umgekehrt jedoch ist dies nicht zu empfehlen.

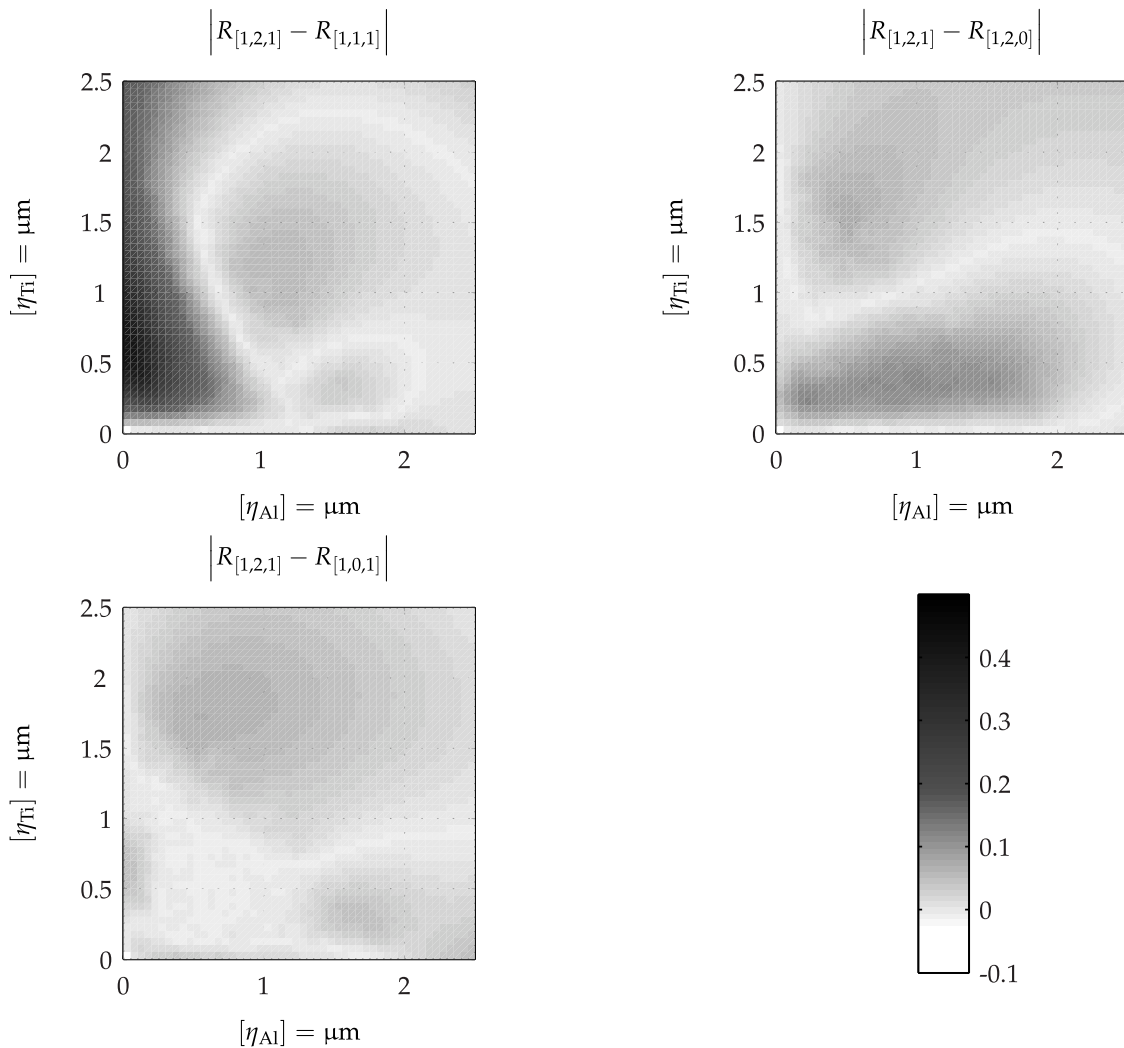


Abbildung 5.1: Differenz der generierten Systemflächen. Die Systemfläche des [1:2:1]-Objekts wurde als Referenz gewählt.

5.1.3 Drei Materialien

Bei der Korrektur von drei Materialien zeigt sich, dass das Korrekturverfahren auch hier eine Verbesserung der Daten bewirkt. Die Anzahl der notwendigen Iterationen bewegt sich auf gleichem Niveau wie bei zwei vorhandenen Materia-

lien. Auch hier gilt, dass die Güte der Korrektur zunimmt, sofern der $(N_M + 1)$ -dimensionale Raum der Punktwolke möglichst gut befüllt ist. Das in Abbildung 4.24 dargestellte Objekt entspricht der Kategorie [1:3:2:1], was für den konkreten Fall hier bedeutet, dass lediglich die Kombination aus Aluminium und Titan nicht vertreten ist.

Als schwierig stellt sich die Darstellung der Punktwolke dar. Die Vierdimensionalität lässt sich nur über die Darstellung von mehreren Diagrammen lösen, die jeweils einen Wertebereich der vierten Dimension darstellen. Abbildung 4.26 zeigt die Punktwolke bei verschiedenen Werten für die Materialdicke vom höchsten Absorber – in diesem Fall Titan. Es gut zu erkennen, dass die Punktwolke im Bereich der hohen Materialdicken von Titan kaum verwertbare Informationen über die Abschwächung in Kombination mit an den anderen Materialien enthält. Durch die Approximation mit radialen Basisfunktionen kann diese Datenlücke „gefüllt“ werden. Abbildung 4.27 zeigt das Ergebnis der Approximation bei verschiedenen Werten für die Dicke von Titan. Die Flächen ähneln sich alle stark. Die kaum ausgeprägte Krümmung deutet zudem auf einen relativ linearen Zusammenhang zwischen Materialdicke und Absorption hin. Die Auswertung der Bildgütekriterien zeigt, dass eine Verbesserung der Daten vorhanden ist. Das Material Kohlenstoff zeigt beim Rauchwert keine Verbesserung und bei der Homogenität sogar eine Verschlechterung, was sich mit der Beobachtung bei den zuvor beschriebenen Ergebnissen deckt, dass sich die Bildgütekriterien für Bildbereiche, die schwachen Absorbern zugeordnet werden können und zudem kaum durch Artefakte beeinflusst sind, teilweise marginal verschlechtern. Die Kontraste verschlechtern sich bei Bildbereichen von schwachen Absorbern, was sich durch die Angleichung der mittleren Schwächungskoeffizienten der verschiedenen Materialien begründen lässt.

Das Beispiel aus realen Messdaten zeigt ebenfalls eine Verbesserung im rekonstruierten Schnittbild. Voxel die dem gleichen Material zugeordnet werden können, haben bis auf verbliebene Restartefakte und Rauschen gleiche Werte. Auch die Auswertung der Bildgütekriterien zeigt bis auf eine Ausnahme eine Verbesserung der Daten.

Das Anwendungsbeispiel in Form eines Bremssattels zeigt, wie die Datenqualität verbessert werden kann, um das Ergebnis einer Fehlerfindung oder einer dimensionellen Messaufgabe zu verbessern. In Abbildung 4.34 sind im Bereich der Stahlschrauben deutliche Fehler bei der Oberflächenfindung festzustellen. Eine Bestimmung des Durchmessers der Bohrung im Aluminiummaterial wird

deutlich erschwert, da sich der Luftspalt zwischen Schraube und Korpus kaum darstellen lässt. Nach der Korrektur ist die Oberfläche rein optisch wesentlich besser abgebildet (vgl. Abbildung 4.35). Die Bestimmung der Bohrungsdurchmesser wird somit erleichtert und das Messergebnis ist im Vergleich zu den taktil gemessenen Referenzwerten genauer. Auch die Schnittbilder in den Abbildungen 4.32 und 4.33 zeigen, dass die rekonstruierten Schwächungskoeffizienten in den CT-Bildern nach der Korrektur homogener erscheinen und somit eine Auswertung erleichtern. Dies bestätigen im Wesentlichen auch die ermittelten Bildgüteparameter in Tabelle 4.24.

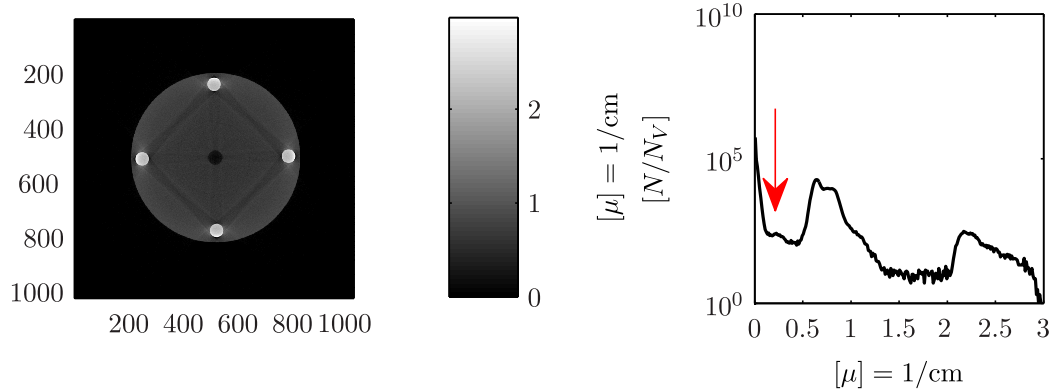
5.2 Probleme und Grenzen des Verfahrens

Das hier vorgestellte Verfahren ist ein Werkzeug zur Verbesserung der durch Artefakte gestörten Primärdaten. Mit dieser Methode ist allerdings keine gänzliche Beseitigung aller Artefakte möglich. Insbesondere dann, wenn die Untersuchungsobjekte unkooperativ in Bezug auf Durchstrahlbarkeit, Seitenverhältnis oder Materialverteilung sind, kann ein gutes Korrekturergebnis nicht immer gewährleistet werden. Im Folgenden werden einige konkrete Probleme und Grenzen des Verfahrens erörtert und durch Lösungsvorschläge ergänzt.

5.2.1 Grenzen der Segmentierbarkeit

Bei der Messung von Objekten mit stark unterschiedlich schwächenden Materialien, ist es in der Regel sehr schwierig, eine hinreichend gute erste Segmentierung zu erhalten. Sind neben einem stark schwächenden mindestens zwei gering schwächende Materialien vorhanden, können diese nicht hinreichend genau getrennt werden. Die Übergänge zwischen den Materialien werden aufgrund der Artefakte nicht mehr eindeutig gefunden. Des Weiteren kann es sein, dass durch die Artefakte der Eindruck entsteht, als ob mehrere Materialien im Objekt vorliegen würden, obwohl lediglich zwei vorhanden sind. Dies verdeutlicht die folgende Abbildung 5.2. Sie zeigt den zentralen Schnitt durch das CT-Bild von Testkörper TKR01 in der Konfiguration FE4_PE0 und FE4_PE1. Der einzige Unterschied zwischen den Testkörpern ist die Füllung der zentralen Bohrung. Im Histogramm äußert sich dies lediglich durch eine leichte Verschiebung des Abschwächungsbereichs zwischen 0,3 und 0,5. Dieser Bereich entspricht dem linearen Schwächungskoeffizienten des Polyethylens.

Testkörper TKR01 Konfiguration FE4_PE0



Testkörper TKR01 Konfiguration FE4_PE1

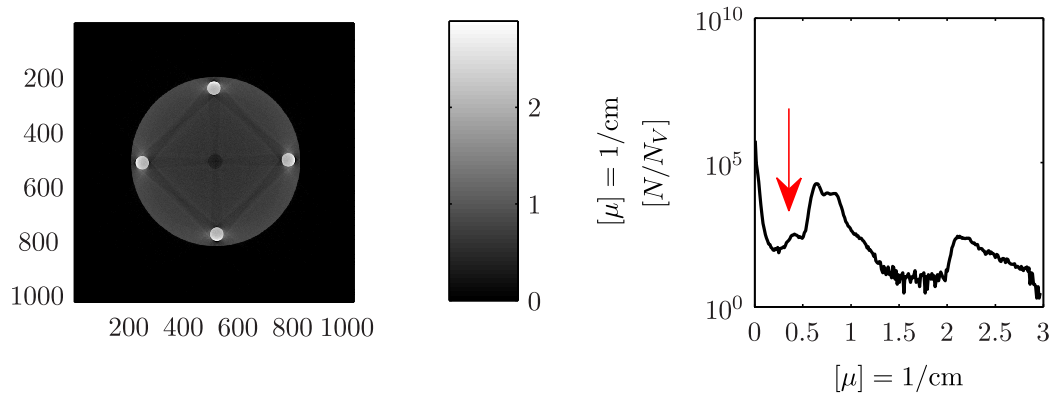


Abbildung 5.2: Beispiel für ein nicht eindeutig segmentierbares CT-Bild. Oben links ist das CT-Bild des Testkörpers TKR01 in der Konfiguration FE4_PE0 dargestellt. Die äußeren Pins sind mit Stahlstiften gefüllt, der mittlere Pin in leer. Unten links ist das CT-Bild desselben Testkörpers in der Konfiguration FE4_PE1 dargestellt. Hier ist der mittlere Pin mit einem Polyethylenstift gefüllt. In den Histogrammen ist das zusätzliche Material durch die leichte Verschiebung eines lokalen Maximums von 0,3 nach 0,5 erkennbar.

Auch ein intelligentes Verfahren zur Schwellwertfindung beispielsweise mittels lokal adaptiver Schwellwerte wird hierbei keine wesentlich besseren Ergebnisse erzielen. An dieser Stelle stößt das vorgestellte Verfahren an die Grenzen der Machbarkeit. Für den Fall, dass im Objektinneren ein stärker absorbierendes Material einen materialfreien Raum umschließt, haben die rekonstruierten Schwächungskoeffizienten in diesem Bereich ähnliche Werte, wie jene eines außen vorhandenen schwach absorbierenden Materials. Dennoch gibt es Möglichkeiten, selbst solch schlecht segmentierbare CT-Bilder einer Artefaktkorrektur zu unterziehen. Konkrete Maßnahmen sind die Definition von Pseudomaterialien und die Verwendung von Vorwissen in Form von Konstruktionsdaten, wobei es letzteres aus Sicht der Aufgabenstellung dieser Arbeit zu vermeiden gilt. Der Begriff Pseudomaterialien wird hier verwendet, um Bereiche in CT-Bildern

zu beschreiben, die aufgrund ihres Schwächungskoeffizienten den Anschein erwecken, also ob sie einem bestimmten Material zugeordnet werden können.

Tatsächlich sind es Bereiche, die durch Artefaktbildung einen verfälschten Wert aufweisen. Das Beispiel aus Abbildung 3.14 zeigt dies anschaulich. Die dunklen Streifen zwischen den Stahlpins erwecken den Eindruck, als ob es sich hierbei um ein weiteres Material handeln würde. Ein Segmentierungsverfahren muss erkennen, dass es sich hier um kein eigenständiges Material handelt, sondern nur um ein Artefakt. Dies ist allerdings sehr aufwendig. Im Prinzip müsste das Segmentierungsverfahren intelligent genug sein, zu wissen wie Artefakte aussehen. Werden die Pseudomaterialien zunächst genauso behandelt wie reale Materialien, kann nach dem Korrekturschritt der monochromatischen Regression über einen Vergleich der Anstiege der Systemebene für jedes Material herausgefunden werden, ob es sich um ein Pseudomaterial handelt. Es gibt zwei Möglichkeiten für Pseudomaterialien:

- Die Anstiege der Systemebene sind bei mindestens zwei Materialien theoretisch identisch bzw. praktisch sehr ähnlich.
- Der Anstieg der Systemebene ist theoretisch Null bzw. praktisch sehr klein.

Der erste Fall tritt ein, wenn wie im Beispiel aus Abbildung 3.14 das CT-Bild oder Teile des CT-Bildes aus Bildregionen besteht bzw. bestehen, die offensichtlich unterschiedlichen Materialien zugeordnet werden können. Hier werden die bestimmten Materialdicken der beiden Bildregionen additiv zusammengefasst. Der zweite Fall liegt dann vor, wenn eine Bildregion aufgrund der Schwächungskoeffizienten im CT-Bild fälschlicherweise einem Material zugeordnet wird, obwohl die betreffende Bildregion keiner Objektstruktur entspricht. Daher bleibt diese Bildregion für die folgenden Korrekturschritte unberücksichtigt. Tatsächlich ist die Definition von bestimmten Grenzen, bei denen zwei Materialien noch als zusammenhängend deklariert werden, sehr schwierig. Auch ein Wert dafür zu finden, ab wann ein Pseudomaterial tatsächlich ein echtes Material oder nur Luft ist, stellt eine sehr schwierige Aufgabe dar. Die Werte können schlecht verallgemeinert werden und müssen von der jeweiligen Aufnahmesituation abhängig gemacht werden.

Eine weitere Möglichkeit dennoch brauchbare Ergebnisse zu erzielen, ist die Verwendung von Vorwissen in Form von Konstruktionsdaten. Liegen diese vor, kann versucht werden, mittels einer Registrierung bzw. Ausrichtung der Konstruktionsdaten zu den rekonstruierten Voxeldaten eine verbesserte Segmentie-

rung zu erhalten. Die Registrierung kann dabei mit Hilfe der rekonstruierten Voxel-daten im CT-Bild oder aber bereits auf Projektionsebene durchgeführt werden. Letzteres hat den Vorteil, dass eine erste Rekonstruktion entfällt. Die Berechnung der erforderlichen Materialdicken durch die verschiedenen Objektbestandteile bzw. -materialien erfolgt dann auf Basis der Konstruktionsdaten mit Hilfe eines alternativen Strahlverfolgungsverfahrens auf Basis von Vektordaten. An dieser Stelle muss klar festgehalten werden, dass eine Verwendung von Vorwissen nicht im Fokus dieser Arbeit steht. Des Weiteren besteht bei der Nutzung von Konstruktionsdaten immer die Gefahr, dass die realen Objektstrukturen abweichen. Inwieweit eine Abweichung zulässig ist, bzw. durch die auch in diesem Fall notwendige Weglängenkorrektur ausgeglichen werden kann, ist an dieser Stelle nicht abschätzbar.

5.2.2 Grenzen der Approximierbarkeit

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde davon ausgegangen, dass nach der Segmentierung und Weglängenbestimmung eine Punktwolke entsteht, die sich leicht durch eine Regression approximieren lässt. Dies ist allerdings nicht immer der Fall. Es können durchaus große Abweichungen auftreten, die das Ergebnis der Regression maßgeblich verschlechtern. Die trivialsten Ursachen sind eine schlechte Segmentierung und starkes Rauschen (vgl. Kapitel 3.4.6 *Korrektur fehlerhafter Materialdicken*), wodurch die Punktwolke verbreitert wird. Zumindest beim Rauschen kann ohne Verlängerung der Messzeit keine Verbesserung erzielt werden. Eine bessere Segmentierung liefert genauere Materialdicken und damit eine exaktere Punktwolke. Es gibt allerdings noch weitere Einflussfaktoren. Zunächst wäre hier der Abgleich des Detektors zu nennen (vgl. Kapitel 2.3 *Detektion von Röntgenstrahlung*). Werden für den Abgleich des Detektors Hellbilder verwendet, deren Generierung nicht unter den gleichen Bedingungen stattfand wie die Messdaten, kommt es zu mehr oder weniger stark ausgeprägten Inhomogenitäten im Detektorbild. Da beim Berechnen der Abschwächungen immer auf einen bestimmten Wert für die ungeschwächte Intensität referenziert wird, sind die berechneten Abschwächungswerte mehr oder weniger stark gespreizt und es ist nicht mehr gewährleistet, dass identischen Materialdicken der gleiche Abschwächungswert zugewiesen werden kann. Abbildung 5.3 zeigt ein simuliertes Projektionsbild mit manuell modifizierter ungeschwächter Intensität zur Nachstellung einer inhomogenen Intensitätsverteilung. Abbildung 5.4 zeigt die dazugehörige, deutlich aufgeweitete Punktwolke.

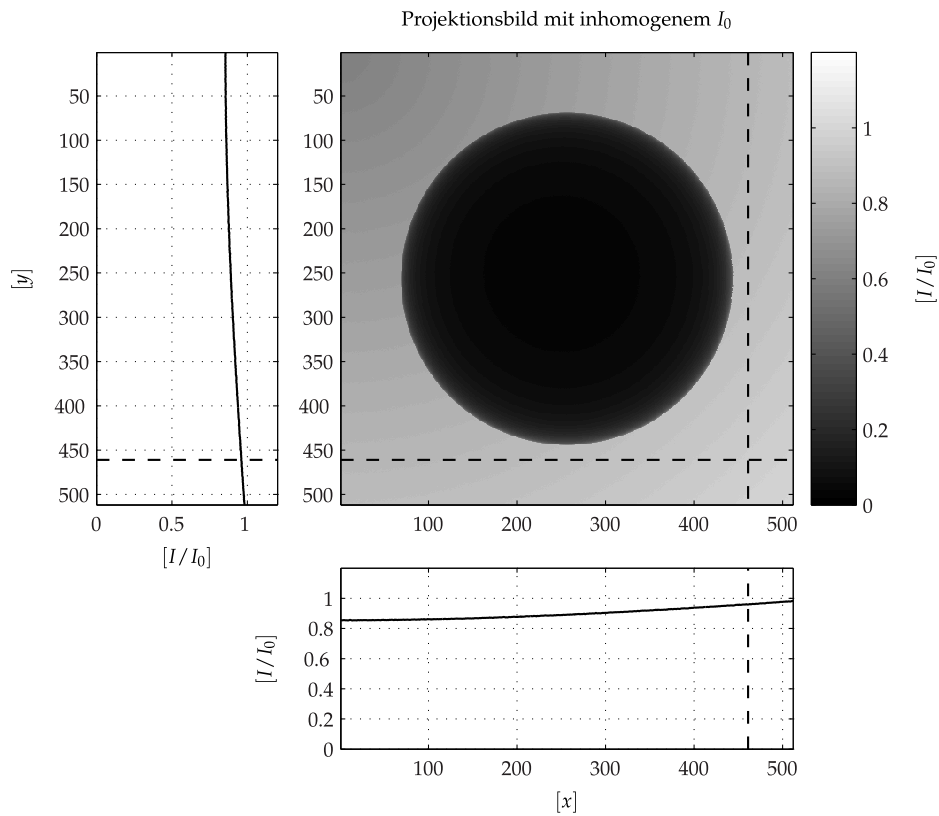


Abbildung 5.3: Dargestellt ist die simulierte Projektion einer Kugel. Das Bild wurde zusätzlich manuell modifiziert um eine inhomogene Intensitätsverteilung nachzustellen.

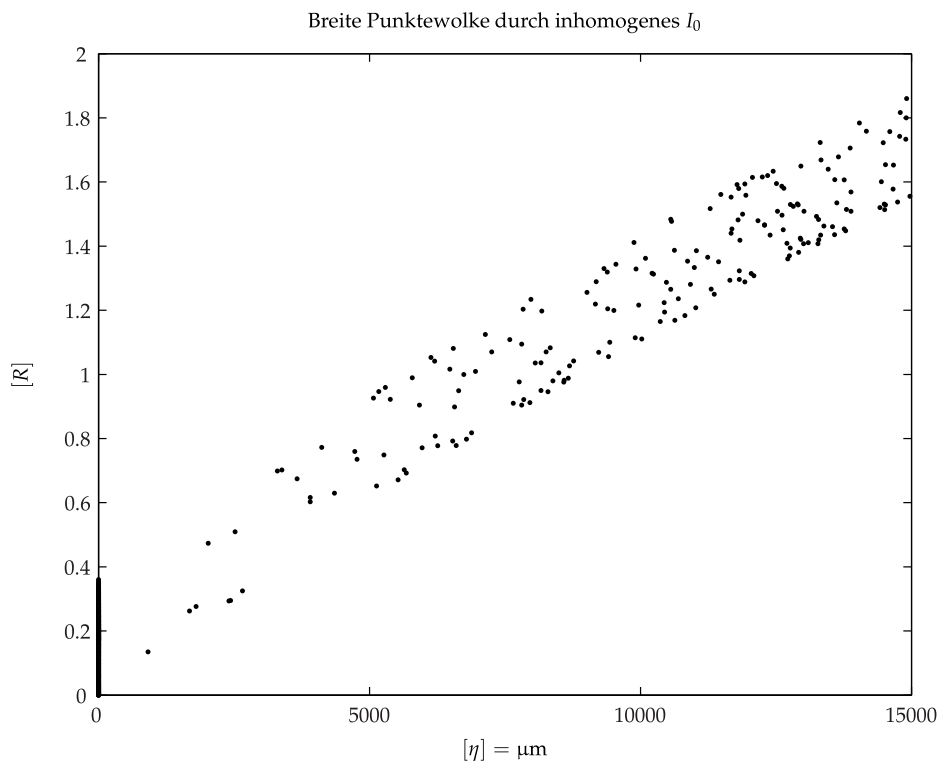


Abbildung 5.4: Berechnete Abschwächungswerte für die obere und die untere Detektorhälfte. Durch die inhomogene, ungeschwächte Intensität entsteht eine sehr breite Punktwolke.

Eine weitere Ursache für eine zu breite Punktwolke ist eine Dejustage des Messsystems. Die Rekonstruktionsverfahren setzen – sofern nicht anders definiert – voraus, dass die Achsen des Messsystems orthogonal zueinander sind, bspw. der Detektor lotrecht zum Zentralstrahl steht. Ist dies durch etwaige Dejustagen nicht der Fall, kann es vorkommen, dass sich die generierte Punktwolke in mehrere Bereiche aufteilt. Abbildung 5.5 zeigt das Differenzbild zweier Projektionsbilder, wobei eines davon mit Hilfe eines um zwei Grad um die y-Achse verkippten Detektors entstand.

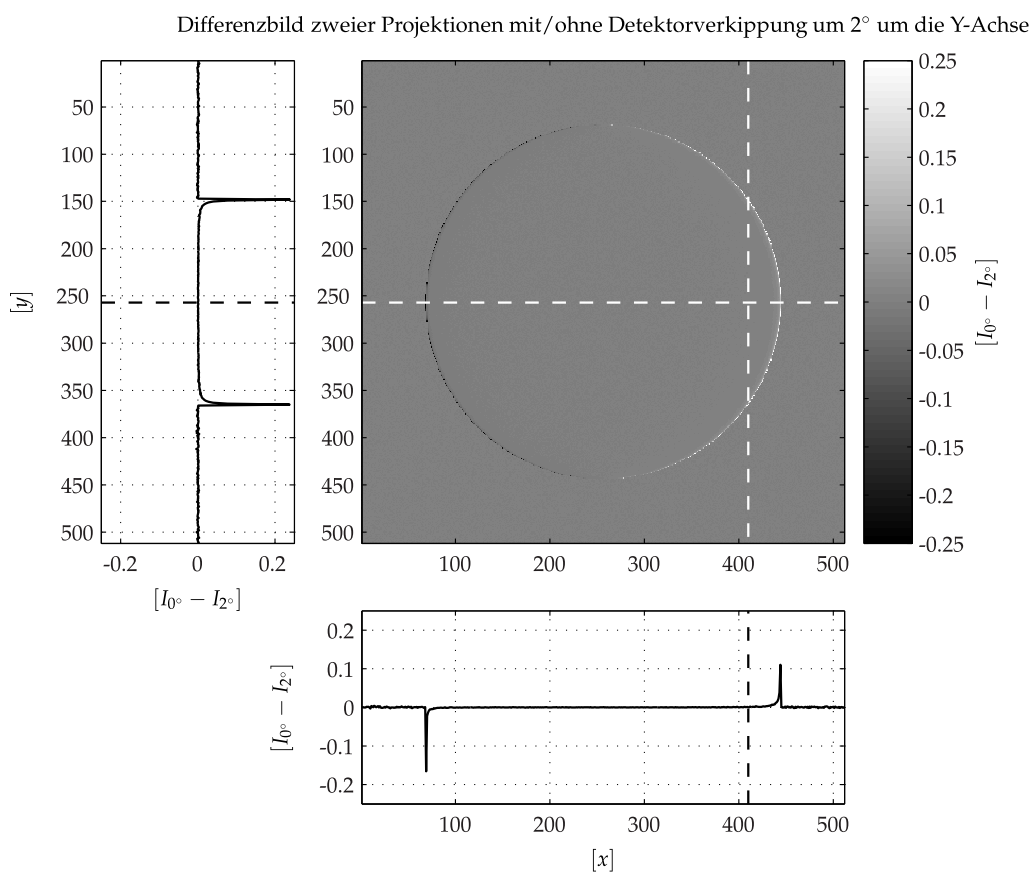


Abbildung 5.5: Differenzbild eines Projektionsbildes einer Kugel bei lotrechtem Detektor und bei einem um zwei Grad um die y-Achse verkippten Detektor. Es ist eine Abweichung im Intensitätsprofil zu erkennen.

Es ist deutlich eine Änderung im Intensitätsprofil zu erkennen. Wird die Intensität des verkippten Projektionsbildes in Abschwächungswerte umgerechnet und mit entsprechenden Materialdicken in Verbindung gebracht, ist eine deutliche Verbreiterung der Punktwolke zu erkennen. Insbesondere im Bereich der niedrigen Abschwächungen treten massive Abweichungen auf. Wie in den Kapiteln 2.5.1 *Strahlaufhärtungsartefakte* und 3.4.1 *Beschreibung der Nichtlinearität* beschrieben, wird die monochromatische Abschwächung für jedes Material

anhand des Anstieges der Abschwächung bei einer Länge von Null bestimmt. Aufgrund der oben beschriebenen Effekte, die zu einer Verzerrung der Punktwolke beitragen und aufgrund von numerischen Ungenauigkeiten, kann es bei der Berechnung der Anstiege zu Fehlern kommen. Diese äußern sich in einem zu schwachen oder zu starken Anstieg der Systemebene und damit in einem verfälschten Schwächungskoeffizienten. Auch das Verhältnis der Anstiege zueinander kann sich verändern. Dieses Verhalten kann teilweise in Kapitel 4 *Ergebnisse* beobachtet werden. Die Berechnung einer guten Stichprobe und damit einer hinreichend guten Regression hängt somit von einigen Randbedingungen ab, die es zu beachten und deren Einfluss es bereits vor und während der Messung zu minimieren gilt.

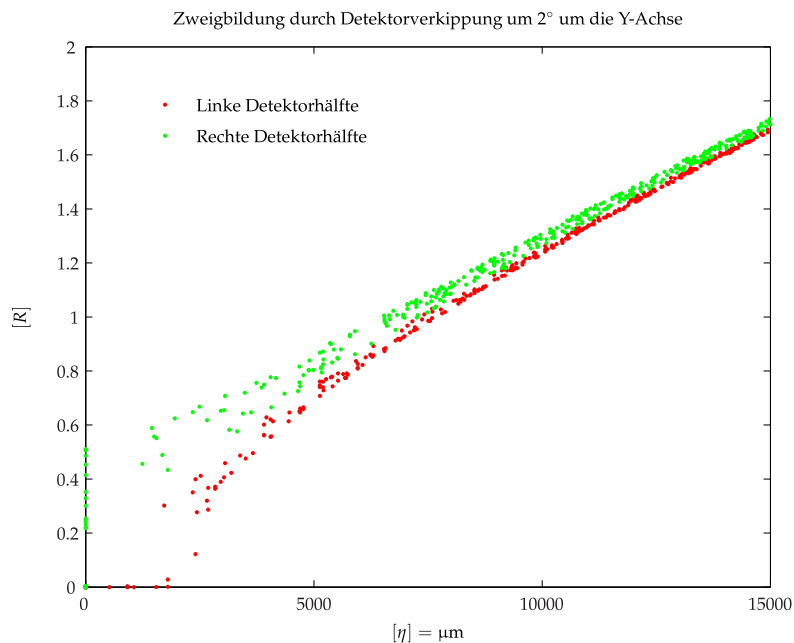


Abbildung 5.6: Berechnete Abschwächungswerte für die linke und rechte Detektorhälfte. Durch die Verkipfung um die y-Achse werden den bestimmten Materialdicken auf beiden Seiten des Detektors unterschiedliche Intensitäten und damit Abschwächungen zugeordnet.

5.3 Einordnung in den Gesamtkontext und Bewertung

Abschließend betrachtet, stellt das vorgestellte Verfahren eine Möglichkeit dar, die Auswirkungen von Nichtlinearitäten im Abbildungssystem zusammenzufassen und global auszugleichen. Es kann eine deutliche Verbesserung der Datenqualität beobachtet werden, sofern sich der Grad der Artefaktbildung in Grenzen hält und eine sinnvolle erste Segmentierung der unkorrigierten CT-Bilder möglich ist. Dies ist bei extremen Situationen wie z. B. der Tomographie von Objekten mit sehr schlechtem Seitenverhältnis allerdings nur bedingt möglich. Eine vollständige Korrektur der Messdaten ist mit diesem Verfahren nicht realisierbar, da aufgrund der Materialkommutativität eine genaue Zuordnung von Materialdicke und Absorption nur näherungsweise möglich ist. Ein vielversprechender Ansatz dazu ist bspw. die Mehrenergiebildgebung. Das Ziel, das Korrekturverfahren an durchschnittliche Rechentechnik anzupassen, ist gelungen. Setzt man voraus, dass die zur Verfügung stehende Rechenzeit die reine Messzeit nicht überschreiten darf, so besteht hier weiterhin Handlungsbedarf. Eine Möglichkeit zur Weiterentwicklung ist die Ausnutzung der Mehrkernrechentechnik durch eine Parallelisierung der einzelnen Prozessschritte. Den wohl größten Mehrwert für das Verfahren in seiner dargestellten Form stellt die Verwendung einer adaptiven Segmentierung dar. In vielen Fällen wären damit entweder bessere Korrekturergebnisse oder eine schnellere Konvergenz des Korrekturverfahrens realisierbar.

Kapitel 6

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird ein Verfahren vorgestellt, mit dem es möglich ist, die Effekte der Strahlaufhärtung und Streustrahlung zu mindern, sodass eine Auswertung computertomographischer Bilder von heterogenen, also mehrmaterialigen Prüfobjekten, verbessert wird. Es wird gezeigt, dass der Zusammenhang zwischen der Materialdicke der unterschiedlichen Materialien und der totalen Abschwächung des Röntgenstrahls über ein Funktional ausgedrückt werden kann. Grundlage dafür ist die Annahme, dass die Reihenfolge in der die verschiedenen Materialien durchstrahlt werden, vernachlässigbar ist. Mit Hilfe des Funktionalen werden alle globalen Nichtlinearitäten des Abbildungssystems zusammengefasst, was zwar eine explizite Berücksichtigung von lokalen Effekten wie z. B. Objektstreustrahlung vernachlässigt, aber dennoch eine effektive Reduktion der Artefaktbildung ermöglicht. Mit Hilfe mehrerer simulierter und real gemessener Testkörper wurde die Leistungsfähigkeit des Verfahrens getestet und anhand definierter Bildgütekriterien bewertet. Wie sich herausstellt, eignet sich das Verfahren sehr gut, um CT-Bilder aufzuwerten, bei denen die Artefaktbildung eine erste sinnvolle Segmentierung weitestgehend ermöglicht. Vor allem die Homogenität der Bildbereiche, die demselben Material zugeordnet werden können, wird gesteigert, was zum Einen die Bildauswertung in Form einer Fehlerfindung vereinfacht (z. B. beschleunigt) und zum Anderen die Genauigkeit dimensioneller Messergebnisse erhöht.

Anhang A

Verwendete Testkörper

A.1 Simulierte Testkörper

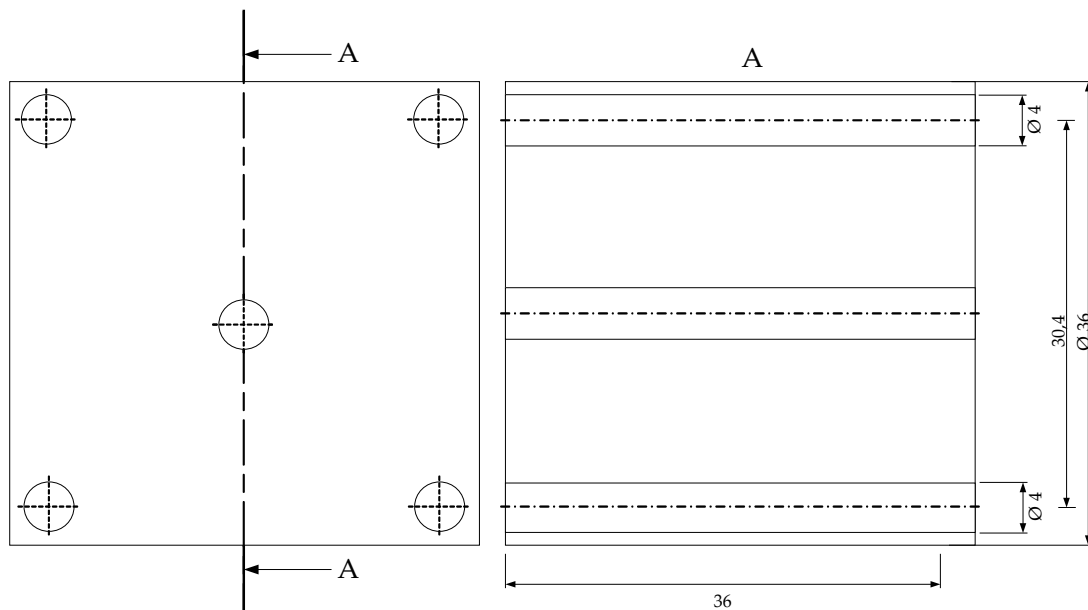


Abbildung A.1: Testkörper TKS01

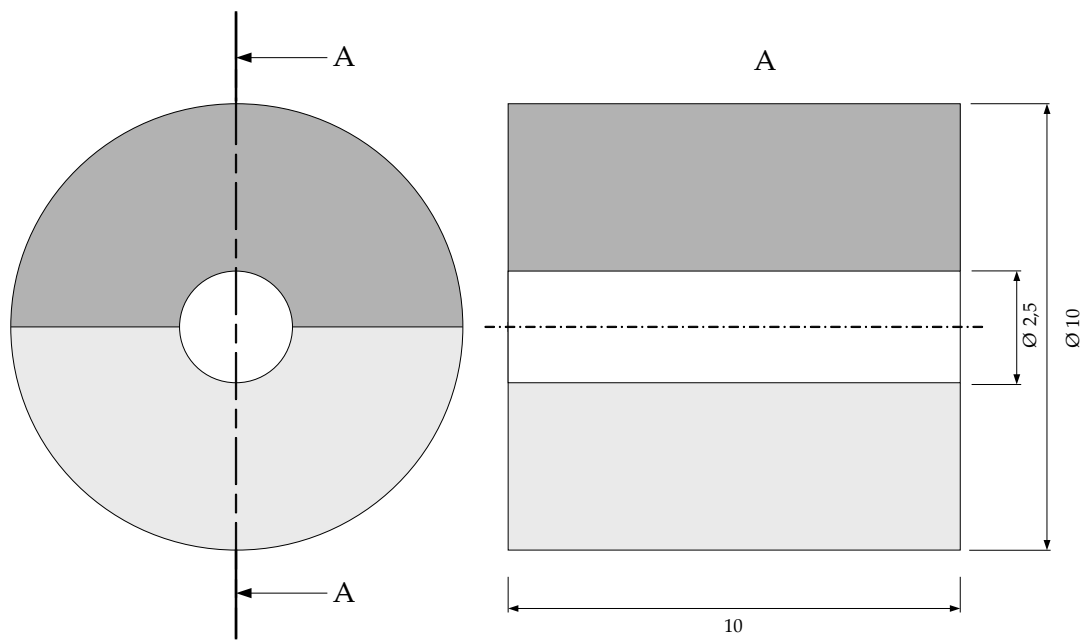


Abbildung A.2: Testkörper TKS02

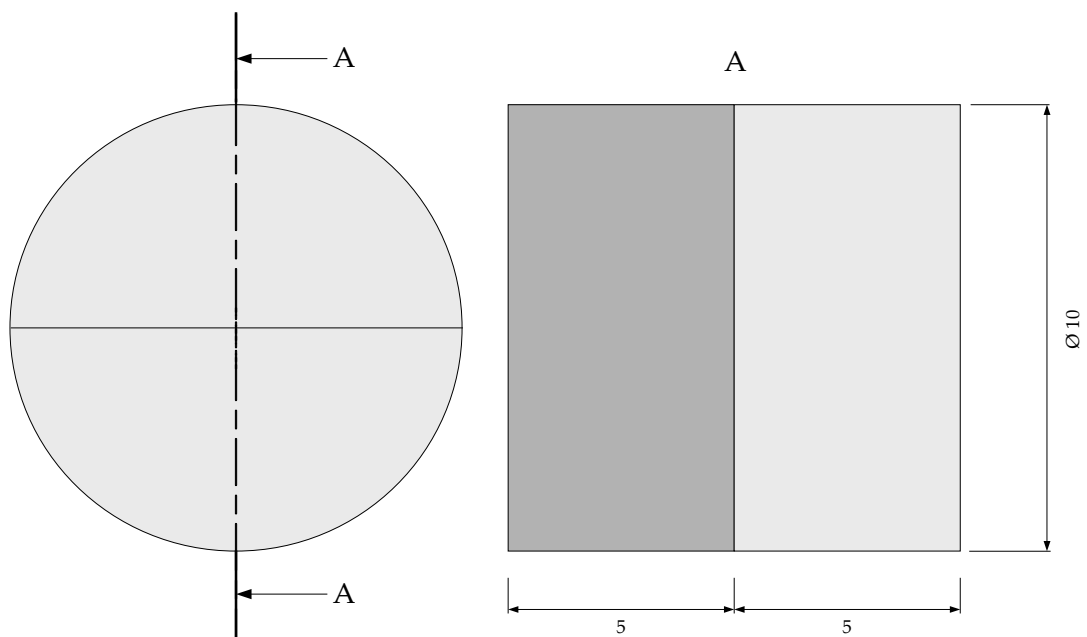


Abbildung A.3: Testkörper TKS03

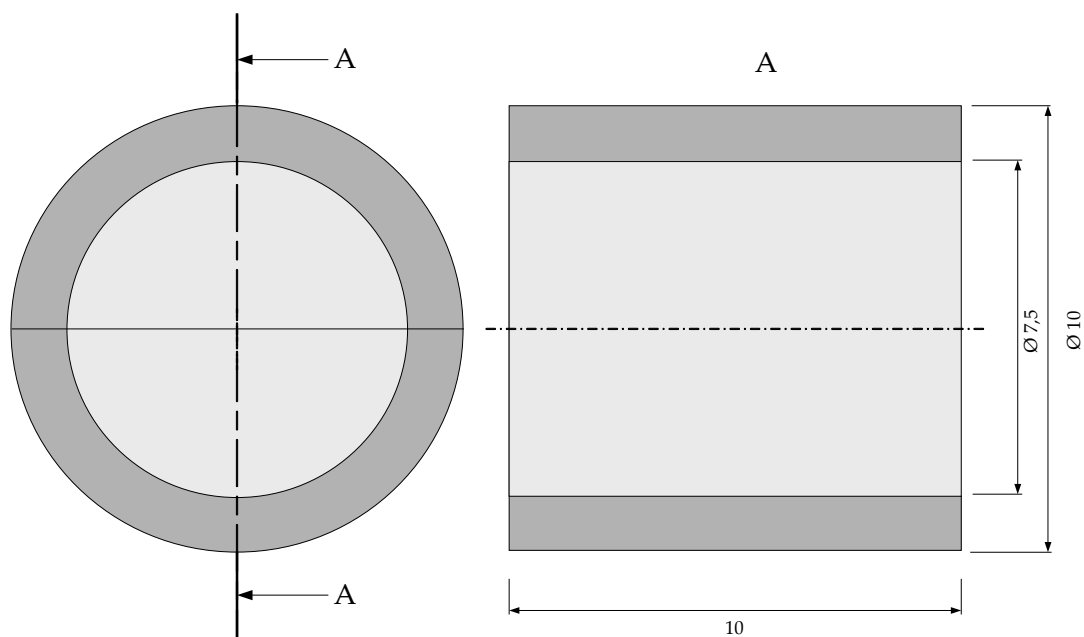


Abbildung A.4: Testkörper TKS04

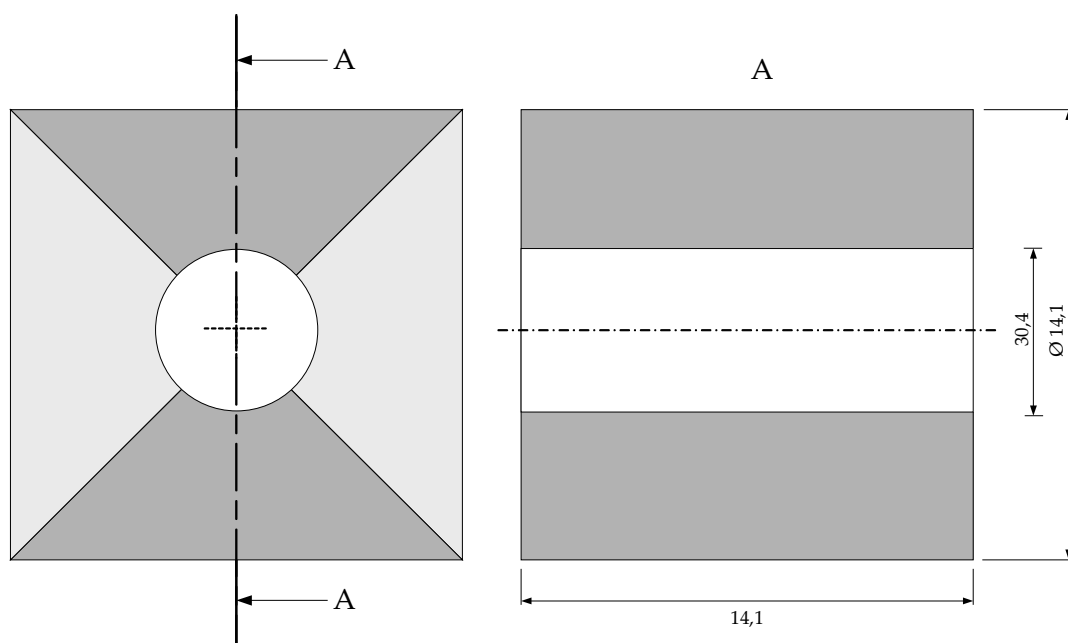


Abbildung A.5: Testkörper TKS05

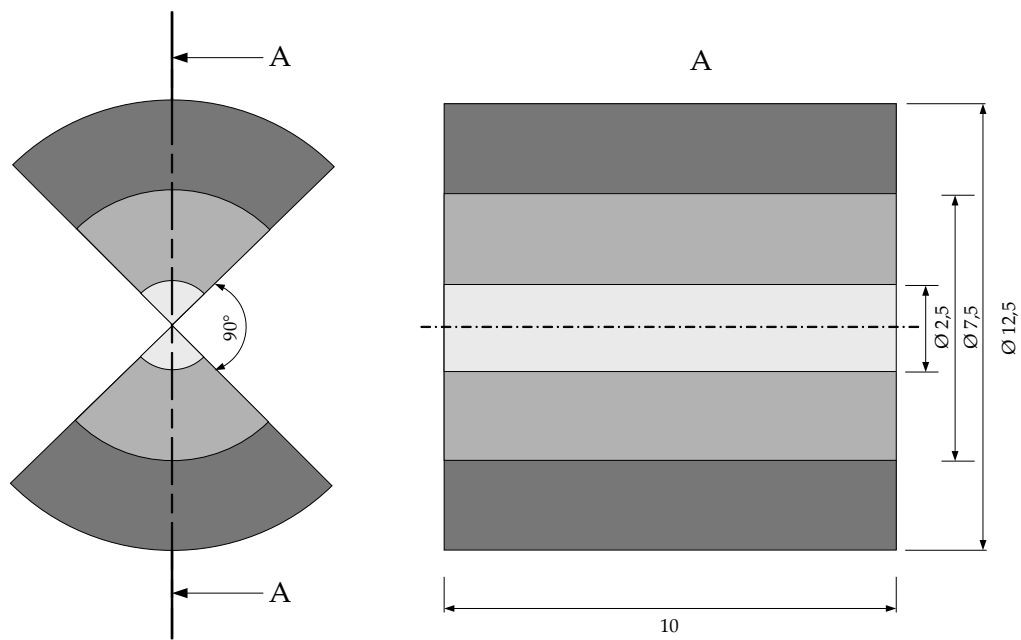


Abbildung A.6: Testkörper TKS06

A.2 Reale Testkörper

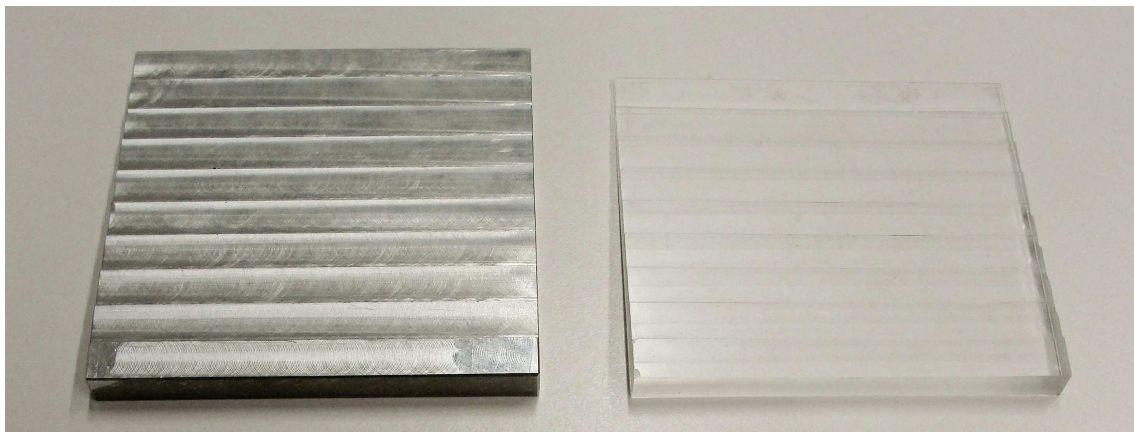


Abbildung A.7: Stufenkeile: Links Aluminium, 10 Stufen, Stufenhöhe 1 mm, rechts: Kunststoff, 9 Stufen, Stufenhöhe: 1 mm.

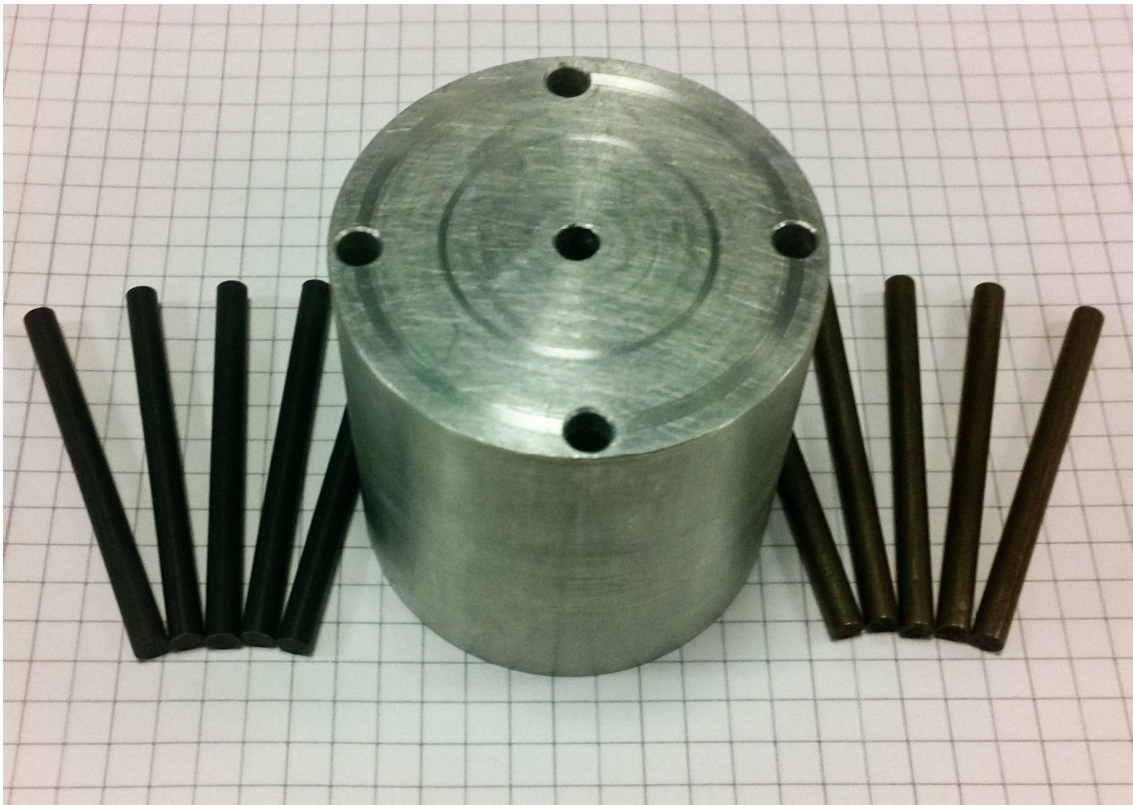


Abbildung A.8: Testkörper TKR01: Grundkörper und einfühbare Stifte aus Stahl (rechts) und Kunststoff (links).

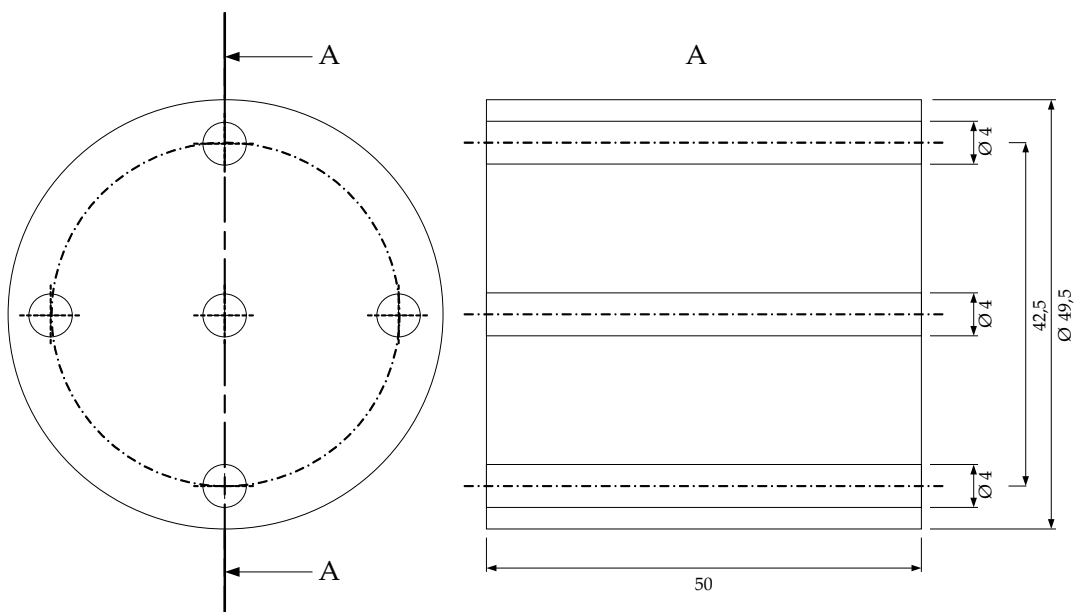


Abbildung A.9: Testkörper TKR01, Skizze

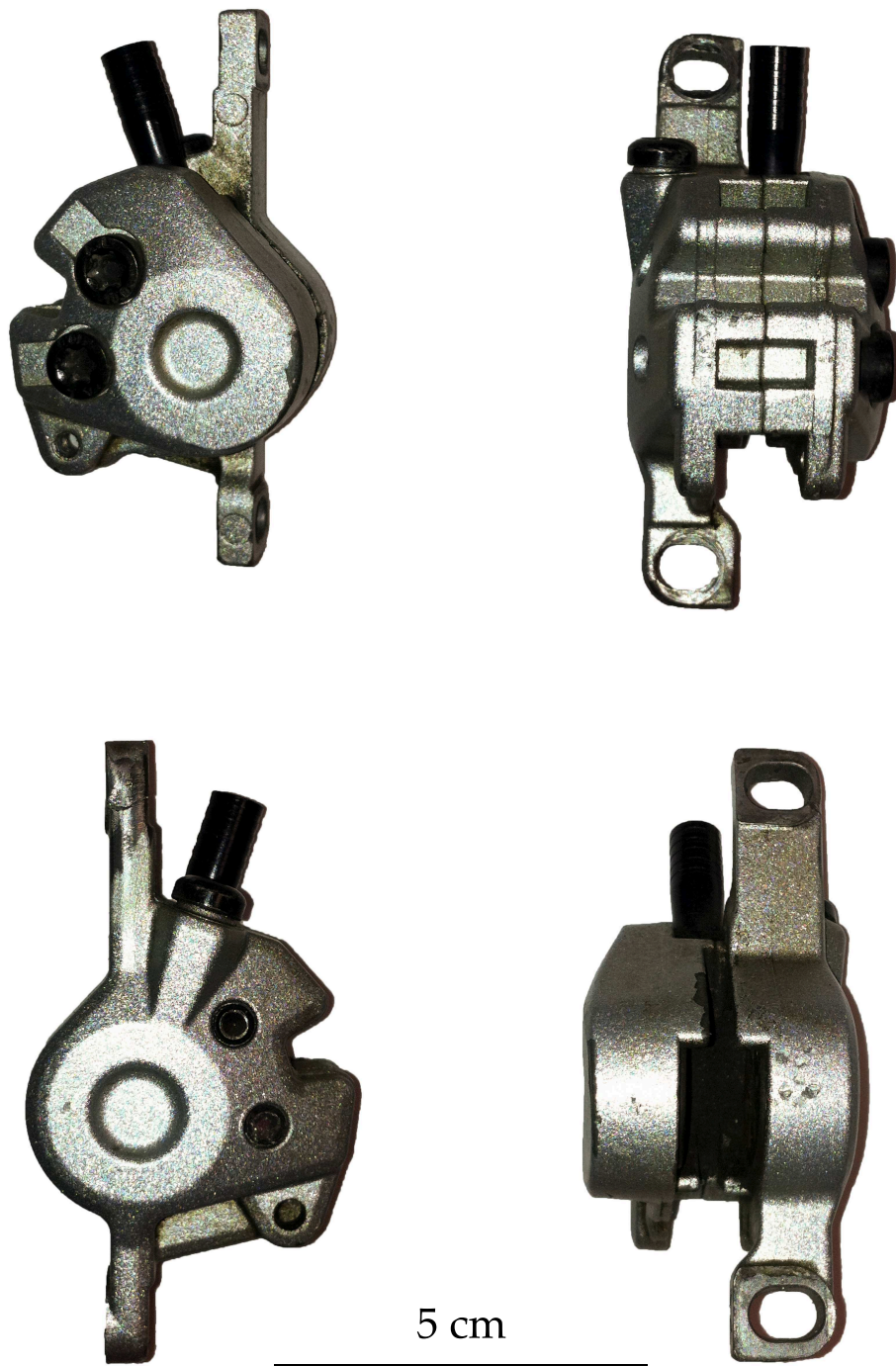


Abbildung A.10: Testkörper OBJ01, Bremssattel

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1 | Schematische Darstellung der Aufnahmegeometrie von CT-Systemen | 6 |
| 2.2 | Schematischer Aufbau einer Röntgenröhre | 7 |
| 2.3 | Energieabhängigkeit der Schwächungskoeffizienten für Aluminium | 12 |
| 2.4 | Übertragungsverhalten eines Detektorelements | 15 |
| 2.5 | Koordinatensystem in Parallelstrahlgeometrie | 18 |
| 2.6 | Koordinatensystem in Kegelstrahlgeometrie | 22 |
| 2.7 | Histogramm eines CT-Bildes | 25 |
| 2.8 | Schichtmodell zur Einteilung von Artefakten in der CT. | 27 |
| 2.9 | Veränderung des Energiespektrums bei Materialdurchtritt | 30 |
| 3.1 | Energieabhängigkeit des linearen Schwächungskoeffizienten | 38 |
| 3.2 | Auswirkung der Verwendung eines Vorfilters auf ein CT-Bild . . . | 41 |
| 3.3 | Linearisierung von Messdaten eines homogenen Prüfobjekts | 51 |
| 3.4 | Linearisierung von Messdaten eines heterogenen Prüfobjekts . . . | 52 |
| 3.5 | Versuchsanordnung zum Nachweis der Materialkommutativität. . | 56 |
| 3.6 | Ergebnis zur Untersuchung der Materialkommutativität | 56 |
| 3.7 | Möglichkeiten zur Materialverteilung innerhalb eines Objekts . . . | 58 |
| 3.8 | Systemebene bei monochromatischer Röntgenstrahlung | 61 |
| 3.9 | Systemfläche bei polychromatischer Röntgenstrahlung | 62 |
| 3.10 | Systemfläche bei polychromatischer Röntgenstrahlung unter Berücksichtigung von Streustrahlung | 63 |
| 3.11 | Durchstrahlungsbild eines zweier gekreuzter Stufenkeile | 63 |
| 3.12 | Experimentell aus Stufenkeilen ermittelte Systemfläche | 64 |
| 3.13 | Experimentell aus Stufenkeilen ermittelte Systemebene | 66 |
| 3.14 | Projektion und rekonstruierte Schicht eines Testkörpers | 68 |
| 3.15 | Segmentiertes CT-Bild | 70 |
| 3.16 | Sinogramme der segmentierten Bildbereiche | 71 |
| 3.17 | Experimentell bestimmte Punktwolke | 72 |

| | | |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.18 | Rasterung der Punktwolke | 74 |
| 3.19 | Durch Rasterung extrahierte Datenpunkte | 75 |
| 3.20 | Ermittelte Systemfläche | 78 |
| 3.21 | Schnittlinien der Systemfläche | 78 |
| 3.22 | Fehlerhafte Segmentierung eines CT-Bildes | 80 |
| 3.23 | Ergebnis des Korrekturverfahrens ohne Berücksichtigung fehlerhaft bestimmter Materialdicken | 80 |
| 3.24 | Auswirkung einer fehlerhaften Materialdicke bei homogenen Objekten | 81 |
| 3.25 | Sekantenverfahren | 83 |
| 3.26 | Auswirkung einer fehlerhaften Materialdicke bei heterogenen Objekten | 83 |
| 3.27 | Ergebnis der Materialdickenkorrektur | 85 |
| 3.28 | Ergebnis des Korrekturverfahrens mit Materialdickenkorrektur | 85 |
| 3.29 | Typischer Verlauf verschiedener Bildgüteparameter | 87 |
| 3.30 | Konvergenz der Materialdicken | 88 |
| 3.31 | CT-Bilder mit unterschiedlicher Voxelgröße | 90 |
| 3.32 | Korrekturergebnisse bei Verwendung unterschiedlicher Voxelgrößen | 91 |
| 3.33 | Verfügbarkeit unterschiedlicher Materialdicken | 92 |
| 3.34 | Interpolationsfehler bei exzentrischer Positionierung des Prüfobjekts | 94 |
| 3.35 | Interpolationsfehler bei einer Reduktion der Drehwinkelschritte und exzentrischer Positionierung | 94 |
| 3.36 | Interpolationsfehler bei zentrischer Positionierung des Prüfobjekts | 95 |
| 3.37 | Interpolationsfehler bei einer Reduktion der Drehwinkelschritte und zentrischer Positionierung | 95 |
| 3.38 | Korrekturergebnisse bei Verwendung einer unterschiedlicher Anzahl an Drehwinkelschritten. | 96 |
| 3.39 | Prozessablaufdiagramm | 99 |
| 4.1 | Schnittbild, simulierte Messdaten, ein Material | 105 |
| 4.2 | Vergleich der generierten IAR-Kennlinie mit der MAR-Systemkurve und Vergleich der Histogramme der Schnittbilder vor und nach der Korrektur. | 106 |
| 4.3 | Schnittbild, reale Messdaten, ein Material | 107 |
| 4.4 | Kennlinien, reale Messdaten, ein Material | 108 |
| 4.5 | Schnittbild, simulierte Daten, zwei Materialien, Testkörper TKS02 | 110 |

| | | |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.6 | Datenpunkte und Systemfläche, simulierte Daten, zwei Materialien, Testkörper TKS02 | 110 |
| 4.7 | Histogramm, simulierte Daten, zwei Materialien, Testkörper TKS02 | 111 |
| 4.8 | Schnittbild 1, simulierte Daten, zwei Materialien, Testkörper TKS03 | 112 |
| 4.9 | Datenpunkte und Systemfläche, simulierte Daten, zwei Materialien, Testkörper TKS03 | 112 |
| 4.10 | Schnittbild 2, simulierte Daten, zwei Materialien, Testkörper TKS03 | 113 |
| 4.11 | Histogramm, simulierte Daten, zwei Materialien, Testkörper TKS03 | 113 |
| 4.12 | Schnittbild, simulierte Daten, zwei Materialien, Testkörper TKS04 . | 114 |
| 4.13 | Datenpunkte und Systemfläche, simulierte Daten, zwei Materialien, Testkörper TKS04 | 115 |
| 4.14 | Histogramm, simulierte Daten, zwei Materialien, Testkörper TKS04 | 115 |
| 4.15 | Schnittbild, simulierte Daten, zwei Materialien, Testkörper TKS05 . | 116 |
| 4.16 | Datenpunkte und Systemfläche, simulierte Daten, zwei Materialien, Testkörper TKS05 | 116 |
| 4.17 | Histogramm, simulierte Daten, zwei Materialien, Testkörper TKS05 | 117 |
| 4.18 | Datenpunkte und Systemfläche, reale Messdaten, zwei Materialien, Beispiel 1 | 118 |
| 4.19 | Schnittbild, reale Messdaten, zwei Materialien, Beispiel 1 | 119 |
| 4.20 | Histogramm, reale Messdaten, zwei Materialien, Beispiel 1 | 119 |
| 4.21 | Schnittbild, reale Messdaten, zwei Materialien, Beispiel 2 | 120 |
| 4.22 | Datenpunkte und Systemfläche, reale Messdaten, zwei Materialien, Beispiel 2 | 121 |
| 4.23 | Histogramm, reale Messdaten, zwei Materialien, Beispiel 2 | 121 |
| 4.24 | Schnittbild, simulierte Daten, drei Materialien | 124 |
| 4.25 | Histogramm, simulierte Daten, drei Materialien | 124 |
| 4.26 | Datenpunkt, simulierte Daten, drei Materialien | 125 |
| 4.27 | Systemfläche, simulierte Daten, drei Materialien | 126 |
| 4.28 | Schnittbild, reale Messdaten, drei Materialien | 128 |
| 4.29 | Histogramm, reale Messdaten, drei Materialien | 128 |
| 4.30 | Datenpunkte, reale Messdaten, drei Materialien | 129 |
| 4.31 | Systemfläche, reale Messdaten, drei Materialien | 130 |
| 4.32 | Schnitt durch das unkorrigierte CT-Bild des realen Messobjekts OBJ01 aus Aluminium, Stahl und Magnetmaterial. | 133 |
| 4.33 | Schnitt durch das korrigierte CT-Bild des realen Messobjekts OBJ01 aus Aluminium, Stahl und Magnetmaterial. | 133 |

| | | |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.34 | 3-D-Darstellung des unkorrigierten CT-Bildes des realen Messobjekts OBJ01 aus Aluminium, Stahl und Magnetmaterial. | 134 |
| 4.35 | 3-D-Darstellung des korrigierten CT-Bildes des realen Messobjekts OBJ01 aus Aluminium, Stahl und Magnetmaterial. | 135 |
| 5.1 | Differenz der generierten Systemflächen | 139 |
| 5.2 | Beispiel für ein nicht eindeutig segmentierbares CT-Bild | 142 |
| 5.3 | Simulierte Projektion einer Kugel bei inhomogener Intensitätsverteilung | 145 |
| 5.4 | Abschwächungswerte, obere und untere Detektorhälfte | 145 |
| 5.5 | Simulierte Projektion einer Kugel bei verkipptem Detektor | 146 |
| 5.6 | Abschwächungswerte, linke und rechte Detektorhälfte | 147 |
| A.1 | Testkörper TKS01 | 151 |
| A.2 | Testkörper TKS02 | 152 |
| A.3 | Testkörper TKS03 | 152 |
| A.4 | Testkörper TKS04 | 153 |
| A.5 | Testkörper TKS05 | 153 |
| A.6 | Testkörper TKS06 | 154 |
| A.7 | Stufenkeile | 154 |
| A.8 | Testkörper TKR01, Foto | 155 |
| A.9 | Testkörper TKR01, Skizze | 155 |
| A.10 | Testkörper OBJ01, Foto | 156 |

Tabellenverzeichnis

| | | |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 2.1 | Nomenklatur zur Beschreibung von Detektoreigenschaften. | 14 |
| 2.2 | Nomenklatur zur Beschreibung eines CT-Bildes. | 21 |
| 3.1 | Pascal'sches Dreieck und Bezug zur Verteilung von Materialien entlang eines Röntgentrahls | 47 |
| 3.2 | Typische Kennzahlen für einen Steckverbinder aus zwei Materialien | 48 |
| 3.3 | Mögliche Kombinationen von Materialien in einem Prüfobjekt . . . | 49 |
| 3.4 | Veränderung des Homogenitätswertes nach Anwendung der Li- nearisierungstechnik | 51 |
| 3.5 | Veränderung des Homogenitätswertes nach Anwendung der Li- nearisierungstechnik bei einem Objekt aus zwei Materialien | 53 |
| 3.6 | Kennwerte der Materialverteilung für den Testkörper TKR01 in der Konfiguration FE5_PE0 | 68 |
| 3.7 | Basisfunktionen | 77 |
| 3.8 | Globale Funktionen | 77 |
| 3.9 | Korrekturparameter | 98 |
| 4.1 | Bestückung des Textkörpers TKR1 bei verschiedenen Messungen. (Stiftmaterial Fe: Stahl, Stiftmaterial PE: Polyethylen) | 102 |
| 4.2 | Messparameter | 102 |
| 4.3 | Simulationsparameter | 104 |
| 4.4 | Korrektur- und Prozessparameter, simulierte Daten, ein Material . | 105 |
| 4.5 | Bildgüteparameter, simulierte Daten, ein Material | 106 |
| 4.6 | Korrektur- und Prozessparameter, reale Messdaten, ein Material . . | 107 |
| 4.7 | Bildgüteparameter, reale Messdaten, ein Material | 108 |
| 4.8 | Simulationsparameter der Testkörper TKS02 – TKS05 | 109 |
| 4.9 | Korrektur- und Prozessparameter der Testkörper TKS02 – TKS05. . | 109 |
| 4.10 | Bildgüteparameter, simulierte Daten, zwei Materialien, Testkörper TKS02 | 111 |

| | | |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.11 | Bildgüteparameter, simulierte Daten, zwei Materialien, Testkörper TKS03 | 114 |
| 4.12 | Bildgüteparameter, simulierte Daten, zwei Materialien, Testkörper TKS04 | 115 |
| 4.13 | Bildgüteparameter, simulierte Daten, zwei Materialien, Testkörper TKS05 | 117 |
| 4.14 | Korrektur- und Prozessparameter, reale Messdaten, zwei Materia- lien, Beispiel 1 & 2 | 118 |
| 4.15 | Bildgüteparameter, reale Messdaten, zwei Materialien, Beispiel 1 . | 120 |
| 4.16 | Bildgüteparameter, reale Messdaten, zwei Materialien, Beispiel 2 . | 121 |
| 4.17 | Simulationsparameter des Testkörpers TKS06 | 122 |
| 4.18 | Korrektur- und Prozessparameter des Testkörpers TKS06 | 122 |
| 4.19 | Bildgüteparameter, simulierte Daten, drei Materialien | 123 |
| 4.20 | Korrektur- und Prozessparameter, reale Messdaten, drei Materialien | 127 |
| 4.21 | Bildgüteparameter, reale Messdaten, drei Materialien | 127 |
| 4.22 | Messparameter | 131 |
| 4.23 | Korrektur- und Prozessparameter | 131 |
| 4.24 | Vergleich der Bildgüteparameter für unkorrigierte und mit dem MAR-Verfahren korrigierte Daten von unterschiedlichen Bildre- gionen des realen Messobjekts OBJ01 aus drei Materialien. | 132 |
| 4.25 | Ergebnis einer dimensionellen Messaufgabe | 132 |

Abkürzungsverzeichnis

| | |
|-----|-----------------------------------|
| CT | Computertomographie |
| HU | engl. abk.: hounsfield unit |
| IAR | Iterative Artefakt Reduktion |
| MAR | Mehr-Material Artefakt Reduktion |
| PE | Polyethylen |
| RBF | Radiale Basisfunktion |
| ROI | engl. abk.: region of interest |
| SNR | engl. abk.: signal to noise ratio |
| ZfP | zerstörungsfreie Prüfung |

Symbolverzeichnis

| | |
|---------------------------------|---------------------------------------------|
| A | Die Durchtritts- bzw. Sensorfläche |
| B | Das Bild (Durchstrahlungsbild oder CT-Bild) |
| C | Das Bildgütemaß |
| c | Der Parameter |
| D | Der Abstand |
| δ | Die Delta-Distribution |
| ρ | Die Dichte |
| e | Die Elementarladung |
| E | Die Energie |
| ϵ | Der Restfehler |
| η | Die Materialdicke |
| \mathfrak{F} | Die Fouriertransformierte |
| G | Der Konversionsfaktor |
| h | Das Planck'sches Wirkungsquantum |
| I | Der elektrische Strom oder die Intensität |
| K | Die Kombinationsmöglichkeit |
| λ | Die radiale Basisfunktion |
| Λ | Der Schätzer |
| L | Die Projektionsgerade |
| m | Die Masse |
| M | Das Material |
| \mathbb{M} | Die Menge |
| $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)$ | Die Massenschwächungskoeffizient |
| μ | Der lineare Schwächungskoeffizient |
| N | Die Anzahl |
| ν | Die Frequenz der elektromagnetischen Welle |
| Ω | Der Raumwinkel |
| O | Das Prüfobjekt |
| ϕ | Der Drehwinkel |

| | |
|----------------|----------------------------------------------|
| π | Die Kreiszahl |
| p | Der Projektionswert |
| Ψ | Die Energieflussdichte |
| Q | Die Detektorquanteneffizienz |
| \mathfrak{R} | Die Radontransformierte |
| R | Die totale Abschwächung eines Röntgenstrahls |
| S | Das Energiespektrum |
| s | Der Röntgenstrahl |
| t | Die Mess- bzw. Integrationszeit |
| T | Der Schwellwert |
| U | Die elektrische Spannung |
| V | Die geometrische Vergrößerung |
| v | Die Geschwindigkeit |
| w | Die Ortsfrequenz |
| ξ | Die globale Ausgleichsfunktion |
| Z | Die Ordnungszahl |

Verzeichnis der Indizes

| | |
|----------------|----------------------------------------------------------------------------|
| B | Das Bild betreffend |
| bin | Charakterisiert den Wert als gebunden |
| $\Delta\phi$ | Die Drehwinkelschritte betreffend |
| D | Den Detektor betreffend |
| \varnothing | Den Durchmesser betreffend |
| eff | Charakterisiert den Wert als effektiv |
| e | Das Elektron betreffend |
| η | Die Materialdicke betreffend |
| F | Den Fokuspunkt betreffend |
| H | Die Homogenität betreffend |
| inkoh | Charakterisiert den Wert als zurückführbar auf inkohärente Streuung |
| kin | Charakterisiert den Wert als kinetisch |
| koh | Charakterisiert den Wert als zurückführbar auf kohärente Streuung |
| K | Die Kombinationsmöglichkeit betreffend |
| I | Die Iteration betreffend |
| K | Den Kontrast betreffend |
| KK | Den Korrelationskoeffizient betreffend |
| λ | Die radiale Basisfunktion betreffend |
| m | Charakterisiert den Wert als monochromatisch |
| 0 | Charakterisiert den Wert als ursprünglich |
| O | Das Objekt betreffend |
| PP | Charakterisiert den Wert als zurückführbar auf den Paarbil- dungseffekt |
| Ph | Das Photon bzw. Quant betreffend |
| ph | Charakterisiert den Wert als zurückführbar auf den Photoeffekt |
| P | Das Pixel bzw. den Projektionswert betreffend |
| P | Charakterisiert den Wert als polychromatisch |
| \mathfrak{T} | Charakterisiert den Wert als rangtransformiert |

| | |
|-------|-------------------------------------------|
| R | Das Rauschen betreffend |
| r | Charakterisiert den Wert als reduziert |
| RR | Die Röntgenröhre betreffend |
| # | Den Sektor betreffend |
| S | Den Röntgenstrahl betreffend |
| T | Den Schwellwert betreffend |
| M | Das Material betreffend |
| Vf | Den Vorfilter betreffend |
| V | Das Voxel betreffend |
| ξ | Die globale Ausgleichsfunktion betreffend |
| x | Die x-Richtung betreffend |
| y | Die y-Richtung betreffend |
| z | Die z-Richtung betreffend |

Sonstige Zeichen

| | |
|------------|------------------|
| \wedge | Das Maximum |
| \vee | Das Minimum |
| $-$ | Der Mittelwert |
| \diamond | Der Wertebereich |

Literaturverzeichnis

- [1] Norm prEN 16016-2 2010. *Non destructive testing - Radiation method - Computed tomography - Part 2: Principle, equipment and samples, - Revised draft after CEN inquiry*
- [2] ALLISON, J.: Multiquadric radial basis functions for representing multidimensional high energy physics data. In: *Comp. Phys. Comm* (1993), Nr. 3, S. 377–395
- [3] BARRETT, H.H. ; SWINDELL, W.: *Radiological Imaging Theory Image: The Theory of Image Formation, Detection and Processing: 1*. Academic Press Inc, 1981. – ISBN 978-0120796021
- [4] BEUTEL, J. ; KUNDEL, H.L. ; VAN METTER, R.L.: *Handbook of Medical Imaging, Volume 1. Physics and Psychophysics*. The International Society for Optical Engineering, 2000. – ISBN 0-8194-3621-6
- [5] BOSSI, R.H. ; IDdings, F.A. ; WHEELER, G.C.: *Nondestructive Testing Handbook*. American Society for Nondestructive Testing, 2002. – ISBN 1-57117-046-6
- [6] BROOKS, R.A. ; CHIRO, G.D.: Beam hardening in X-ray reconstruction tomography. In: *Phys. Med. Biol.* (1976), Nr. 3, S. 390–398
- [7] BUZUG, T.M.: *Einführung in die Computertomographie: Mathematisch-physikalische Grundlagen der Bildrekonstruktion*. Springer-Verlag, 2005. – ISBN 978-3540208082
- [8] CARR, J.C. ; BEATSON, R.K. ; CHERRIE, J.B. ; MITCHELL, T.J. ; FRIGHT, W.R. ; MCCALLUM, B.C. ; EVANS, T.R.: Reconstruction and representation of 3D objects with radial basis functions. In: *Proceedings: ACM SIGGRAPH, 12.-17. Aug., Los Angeles, 2001*, S. 67–76

- [9] CARR, J.C. ; BEATSON, R.K. ; MCCALLUM, B.C. ; FRIGHT, W.R. ; MCLENNAN, T.J. ; MITCHELL, T.J.: Smooth surface reconstruction from noisy range data. In: *Proceedings: ACM GRAPHITE, 11.-19. Feb., Melbourne, Australia, 2003*, S. 119–126
- [10] CARR, J.C. ; FRIGHT, R. ; BEATSON, R.K.: Surface Interpolation with Radial BasisFunctions for Medical Imaging. In: *Trans. Med. Imag.* (1997), Nr. 1, S. 96–107
- [11] CASTEELE, E. Van d.: *Model-based approach for Beam Hardening Correction and Resolution Measurements in Microtomography*, Universiteit Antwerpen, Diss., 2004
- [12] CORMACK, A.M.: Representation of a Function by Its Line Integrals, with Some Radiological Applications. In: *J. App. Phys.* (1963), Nr. 9, S. 2722–2727
- [13] CORMACK, A.M.: Representation of a Function by Its Line Integrals, with Some Radiological Applications. II. In: *J. App. Phys.* (1964), Nr. 10, S. 2908–1913
- [14] CRAWFORD, C.R.: Reprojection using a parallel backprojector. In: *Med. Phys.* (1986), Nr. 4, S. 480–483
- [15] DEMANT, C. ; STREICHER-ABEL, B. ; WASZKEWITZ, P.: *Industrielle Bildverarbeitung - Wie optische Qualitätskontrolle wirklich funktioniert*. Springer-Verlag, 1998. – ISBN 3–540–63877–6
- [16] DUFFIN, J. ; HAYTER, C.R.R.: Baring the Sole: The Rise and Fall of the Shoe-fitting Fluoroscope. In: *Isis* (2000), Nr. 91, S. 260–282
- [17] ELBAKRI, I.A. ; FESSLER, J.A.: Segmentation-free statistical image reconstruction for polyenergetic x-ray computed tomography with experimental validation. In: *Phys. Med. Biol.* (2003), Nr. 15, S. 2453–2477
- [18] FELDKAMP, L.A. ; DAVIS, L.C. ; KRESS, J.W.: Practical cone-beam algorithm. In: *J. Opt. Soc. Am. A* (1984), Nr. 6, S. 612–619
- [19] FRANZ, M. ; FUNK, C. ; HILLER, J. ; KASPERL, S. ; KRUMM, M. ; SCHRÖPFER, S.: Reliability of Dimensional Measurements by Computed Tomography for Industrial Applications. In: *Proceedings: 4th European-American Workshop on Reliability of NDE, 24.-26. Jun., Berlin, 2009*

- [20] FUCHS, T.: *Strahlaufhärtungskorrekturen in der Computer-Tomographie*, Universität Erlangen-Nürnberg, Diss., 1998
- [21] FUCHS, T. ; SCHÖN, T. ; KRUMM, M. ; SCHORR, C. ; KASPERL, S. ; HANKE, R.: Progress towards Quantitative Computed Tomography as a Tool for Industrial Inspection. In: STAUDACHER, S. (Hrsg.): *VDI-Berichte 2028*, 2008. – ISBN 978-3-18-092028-3, S. 425-430
- [22] GAO, H. ; ZHANG, L. ; CHEN, Z. ; XING, Y. ; LI, S.: Beam Hardening Correction for Middle-Energy Industrial Computerized Tomography. In: *IEEE Trans. Nucl. Sci.* (2006), Nr. 5, S. 2796-2807
- [23] GÖBEL, H.: *Computertomographie mit Halo-Effekt – eine Prüfmethode durch kombinierte tomografische Verfahren mit Monte Carlo-Unterstützung*, Universität Konstanz, Diss., 2002
- [24] GONZALES-BARRON, U. ; BUTLER, F.: A comparison of seven thresholding techniques with the k-means clustering algorithm for measurement of bread-crumbs features by digital images analysis. In: *Journal of Food Engineering* (2006), Nr. 74, S. 268-278
- [25] HAMMERSBERG, P. ; MANGARD, M.: Correction for beam hardening artefacts in computerised tomography. In: *J. X-ray Sci. Technol.* (1998), Nr. 1, S. 75-93
- [26] HELLIER, C.J.: *Handbook of Nondestructive Evaluation*. McGraw-Hill, 2001. – 6-10 S. – ISBN 0-07-028121-1
- [27] HERMAN, G.T.: Correction for beam hardening in computed tomography. In: *Phys. Med. Biol.* (1979), Nr. 1, S. 81-106
- [28] HOLBERG, C. ; STEINHÄUSER, S. ; GEIS, P. ; RUDZKI-JANSON, I.: Cone-Beam Computed Tomography in Orthodontics: Benefits and Limitations. In: *J. Orof. Orth* (2005), Nr. 6, S. 434-444
- [29] HOUNSFIELD, G.N.: Computerized transverse axial scanning (tomography): Part 1. Description of system. In: *Brit. J. Rad.* (1973), S. 1016-1022
- [30] HSIEH, J. ; MOLTHEN, R.C. ; DAWSON, C.A. ; JOHNSON, R.H.: An iterative approach to the beam hardening correction in cone beam CT. In: *Med. Phys.* (2000), Nr. 1, S. 23-29

- [31] JÄHNE, B.: *Digitale Bildverarbeitung*. Springer-Verlag, 2005. – ISBN 978–3642049514
- [32] JIAN, F. ; HONGNIAN, L.: Beam-hardening correction method based on original sinogram for X-CT. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A* (2005), Nr. 1, S. 23–29
- [33] JOSEPH, P.M. ; RUTH, C.: A method for simultaneous correction of spectrum hardening artifacts in CT images containing both bone and iodine. In: *Med. Phys.* (1997), Nr. 10, S. 1629–1634
- [34] JOSEPH, P.M. ; SPITAL, R.D.: A method for correcting bone induced artifacts in computed tomography scanners. In: *J. Comput. Assist. Tomogr.* (1979), Nr. 1, S. 100–108
- [35] KACHELRIESS, M. ; SOURBELLE, K. ; KALENDER, W.A.: Empirical cupping correction: A first-order raw data pre-correction for cone-beam computed tomography. In: *Med. Phys.* (2006), Nr. 5, S. 1269–1274
- [36] KAK, A.C. ; SLANEY, M.: *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. Society for Industrial Mathematics, 1987. – ISBN 978–0898714944
- [37] KALENDER, W.A.: Thin-section three-dimensional spiral CT: is isotropic imaging possible? In: *Radiology* 197 (1995), Nr. 3, S. 645–653
- [38] KALENDER, W.A.: *Computertomographie. Grundlagen, Gerätetechnologie, Bildqualität, Anwendungen*. 2., überarb. und erw. A. Erlangen : Publicis Corporate Publishing, 2006. – 21–23 S. – ISBN 3–89578–215–7
- [39] KASPERL, S.: *Qualitätsverbesserungen durch referenzfreie Artefaktreduzierung und Oberflächennormierung in der industriellen 3D-Computertomographie*, Universität Erlangen-Nürnberg, Diss., 2005
- [40] KASPERL, S. ; HILLER, J.: Artefaktkorrekturen beim dimensionellen Messen mit industrieller Röntgen-Computertomographie. In: *Technisches Messen* 76 (2009), Nr. 9, S. 401–409
- [41] KASPERL, S. ; KRUMM, M. ; HILLER, J.: Computed Tomography - Metrology in Industrial Research & Development. In: *Proceedings: International Symposium on NDT in Aerospace*, 03.-05. Dez., Fürth, 2008

- [42] KASPERL, S. ; VONTOBEL, P.: Application of an iterative artefact reduction method to neutron tomography. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipmen* 542 (2005), Nr. 1-3, S. 392–398
- [43] KELLER, A. ; HEINZ, C.: Experimenteller Computertomograph für Lehre und Forschung Teil 5: Schwächungsmessung, CT-Zahlen. In: *Medizintechnik* , Nr. 2, S. 71–75
- [44] KIJEWski, P.K. ; BJARNGARD, B.E.: Correction for beam hardening in computed tomography. In: *Med. Phys.* (1977), Nr. 3, S. 209–214
- [45] KRUMM, M.: *Methoden zum Vergleich von visuell evozierten Potentialen in Raum, Frequenz und Zeit*, Technische Universität Ilmenau, Diplomarbeit, 2006
- [46] KRUMM, M.: Artefaktkorrekturen von heterogenen Werkstücken in der industriellen Computertomographie. In: *Proceedings: CT-Tagung 27.-28. Feb. 2008 an der FH-Wels*, 2008. – ISBN 978-3-8322-6949-4, S. 209–214
- [47] KRUMM, M. ; KASPERL, S. ; FRANZ, M.: Reducing non-linear artifacts of multi-material objects in industrial 3D computed tomography. In: *NDT & E* 41 (2008), Nr. 4, S. 242–251
- [48] KRUMM, M. ; KASPERL, S. ; FRANZ, M.: Referenceless Beam Hardening Correction in 3D Computed Tomography Images of Multi-Material Objects. In: *Proceedings: 17th World Conference on Non Destructive Testing, 25.-28. Okt., Shanghai*, 2008
- [49] KRUMM, M. ; KASPERL, S. ; FRANZ, M.: Beam Hardening Correction of Multi-Material Objects. In: *Proceedings: 10th European Conference on Non-Destructive Testing, 07.-11. Jun., Moskau*, 2010
- [50] KYRIAKOU, Y. ; KELLER, A.: Experimenteller Computertomograusbildung und Forschung – Teil 3: Aufhärtungskorrektur. In: *Medizintechnik* (2004), Nr. 1, S. 15–19
- [51] KYRIAKOU, Y. ; MEYER, E. ; PRELL, D. ; KACHELRIESS, M.: Empirical beam hardening correction (EBHC) for CT. In: *Med. Phys.* , Nr. 37, S. 5179–5188

- [52] LEVINE, M.D. ; NAZIF, A.M.: Dynamic Measurement of Computer Generated Image Segmentations. In: *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* (1985), Nr. 2, S. 155–164
- [53] MAN, B. de: *Iterative Reconstruction for Reduction of Metal Artifacts in Computed Tomography*, Katholieke Universiteit Leuven, Diss., 2001
- [54] MCDAVID, W.D. ; WAGGENER, R.G. ; PAYNE, W.H. ; DENNIS, M.J.: Correction for spectral artifacts in cross-sectional reconstruction from R-rays. In: *Med. Phys.* (1976), Nr. 1, S. 54–57
- [55] MEAGHER, J.M. ; MOTE, C.D. ; SKINNER, H.B.: CT Image Correction for Beam Hardening Using Simulated Projection Data. In: *IEEE Trans. Nucl. Sci.* (1990), Nr. 4, S. 1520–1524
- [56] MEES, A.I. ; JACKSON, M.F. ; CHUA, L.O.: Device Modeling by Radial Basis Functions. In: *Trans. Circ. Sys.* (1992), Nr. 1, S. 19–27
- [57] MEGANCK, J.A. ; KOZLOFF, K.M. ; THORNTON, M.M. ; BROSKIA, S.M. ; GOLDSTEIN, S.A.: Beam hardening artifacts in micro-computed tomography scanning can be reduced by X-ray beam Filtration and the resulting images can be used to accurately measure BMD. In: *Bone* (2009), S. 1104–1116
- [58] MESCHDE, D.: *Gerthsen Physik*. Springer-Verlag, 2006. – ISBN 3–540–02622–3
- [59] NALCIOGLU, O. ; LOU, R.Y.: Post-reconstruction method for beam hardening in computerized tomography. In: *Phys. Med. Biol* (1979), Nr. 2, S. 330–340
- [60] NOO, F. ; CLACKDOYLE, R. ; PACK, J.D.: A two-step Hilbert transform method for 2D image reconstruction. In: *Phys. Med. Biol.* 49 (2004), Nr. 17, S. 3903
- [61] OEHLER, M. ; BUZUG, T.M.: Modified MLEM Algorithm for Artifact Suppression in CT. In: *Conference Record: IEEE Nuclear Science Symposium*, 2006, S. 3511–3518
- [62] OLSON, E.A. ; HAN, K.S. ; PISANO, D.J.: CT Reprojection Polychromaticity Correction for Three Attenuators. In: *IEEE Trans. Nucl. Sci.* (1981), Nr. 4, S. 3628–3640

- [63] OTSU, N.: A threshold selection method from grey-level histograms. In: *IEEE Trans Sys. Man. Cyb.* (1979), Nr. 1, S. 62–66
- [64] PARODAT, S.: MARABU - Ein Werkzeug zur Approximation nichtlinearer Kennlinien mit radialen Basisfunktionen. In: *Tagungsband: 6. Workshop Methoden und Werkzeuge zum Entwurf von Mikrosystemen im Rahmen des 2. Statusseminars zum BMBF-Verbundprojekt Modellbildung für die Mikrosystemtechnik MIMOSYS, Paderborn, 1997*, S. 49–58
- [65] RADON, J.: Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten. In: *Berichte Sächsische Akademie der Wissenschaften, Leipzig, Math.-Phys. Kl.* (1917), S. 262–267
- [66] RAMACHANDRAN, G.N. ; LAKSHMINARAYANAN, A.V.: Three-dimensional Reconstruction from Radiographs and Electron Micrographs: Application of Convolution instead of Fourier Transforms. In: *Proc. Nat. Acad. Sci.* (1971), Nr. 9, S. 2236–2240
- [67] RIDLER, T.W. ; CALVARD, S.: Picture T. In: *IEEE Trans Sys. Man. Cyb.* (1978), Nr. 8
- [68] RÖNTGEN, W.C.: Ueber eine neue Art von Strahlen. In: *Sitzungsberichte der Physikalisch-Medizinischen Gesellschaft zu Würzburg* (1895)
- [69] SCHILLINGER, B. ; CALZADA, E. ; LORENZ, K.: Modern neutron imaging: Radiography, Tomography, dynamic and phase contrast imaging with neutrons. In: *Solid State Phenomena* (2006), S. 61,72
- [70] SCHILLINGER, B. ; CALZADA, E. ; MÜHLBAUER, M. ; SCHULZ, M.: Neutronen zeigen, was Röntgenstrahlen nicht sehen können. In: *Proceedings: CT-Tagung 27.-28. Feb. 2008 an der FH-Wels, 2008*. – ISBN 978-3-8322-6949-4, S. 71–77
- [71] SCHULZE, R.K.W. ; BERNDT, D. ; D'HOEDT, B.: On cone-beam computed tomography artifacts induced by titanium implants. In: *Clinical Oral Implants Research* (2009), Nr. 1, S. 100–107
- [72] SEZGIN, M. ; SANKUR, B.: Survey over image thresholding techniques and quantitative performance evaluation. In: *J. Elec. Imag.* (2004), Nr. 13, S. 146–165

- [73] SHEPP, L.A. ; LOGAN, B.F.: Reconstructing Interior Head Tissue from X-Ray Transmissions. In: *Nuclear Science* (1974), Nr. 1, S. 228–236
- [74] SPEARMAN, C.: The Proof and Measurement of Association between Two Things. In: *The American Journal of Psychology* 100 (1987), Nr. 3, S. 441–471
- [75] TUY, H.K.: An Inversion Formula for Cone-Beam Reconstruction. In: *SIAM Journal on Applied Mathematics* 43 (1983), Nr. 3, S. 546–552
- [76] WATZKE, O.: *Metallartefaktreduktion in der Computertomographie*, Universität Erlangen-Nürnberg, Diss., 2001
- [77] WEI, J. ; CHEN, L. ; SANDISON, G.A. ; LIANG, Y. ; XU, L.X.: X-ray CT high-density artefact suppression in the presence of bones. In: *Phys. Med. Biol.* (2004), Nr. 24, S. 5407–5418
- [78] YU, D.C. ; HUANG, S.C.: Study of reprojection methods in terms of their resolution loss and sampling errors. In: *Trans. Nuc. Sci.* 40 (1993), Nr. 4, S. 1174–1178